



Traitement du signal analogique en temps discret

Electronique des Systèmes d'Acquisition et de Calcul
ELEC 101

Site web : <https://esac.telecom-paris.fr/>

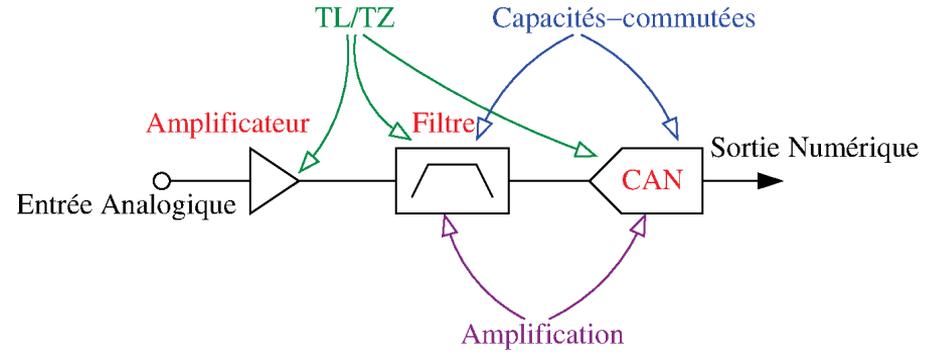


Plan

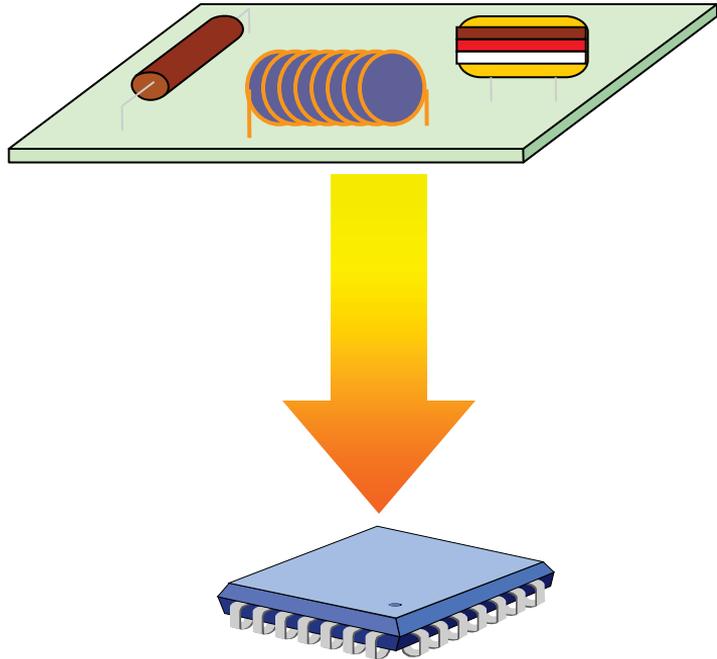
■ Introduction

■ Principe des capacités commutées

■ Exercices



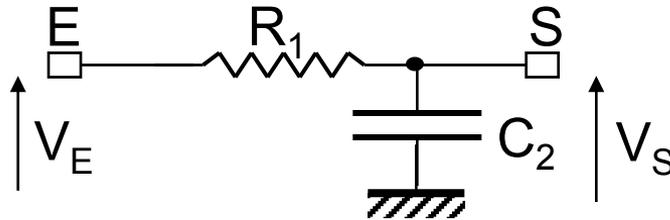
Introduction



- **Filtres discrets RLC**
- **Filtres actifs RC**
- **Capacités commutées**
- ...

Limitations des montages actifs RC

- Un exemple : Intégrer une constante de temps :
 $\tau = R_1 \cdot C_2 = 10^{-4}$ s (bande vocale)



$$T(\omega) = \frac{V_S(\omega)}{V_E(\omega)} = \frac{1}{1 + jR_1C_2\omega}$$

- Si $C_2 = 10$ pF, alors $R_1 = 10$ M Ω ;

$$f_c = \frac{1}{2\pi R_1 C_2} = 1,59 \text{ KHz}$$

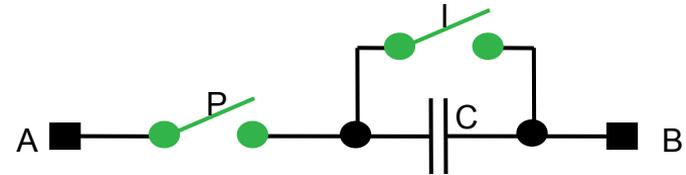
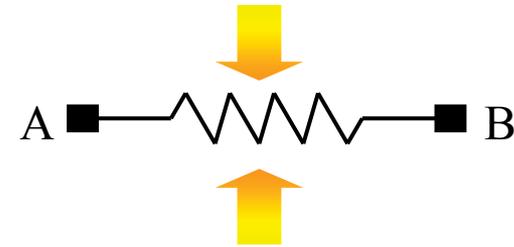
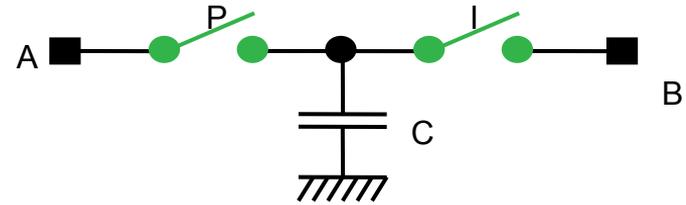
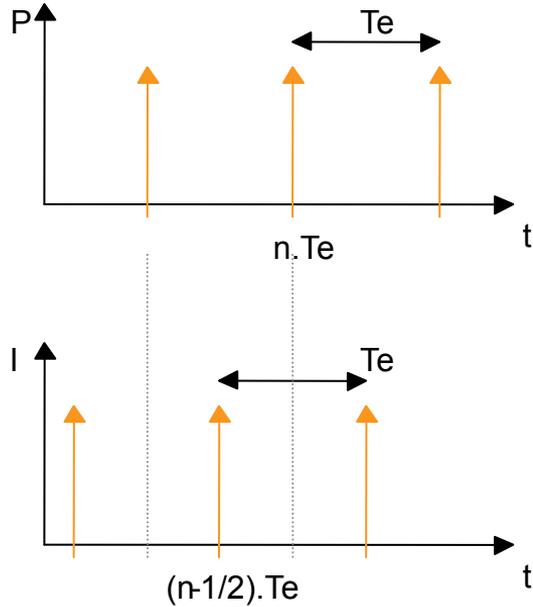
- Précision absolue des capacités et résistances ~ 15 %. Vu que les variations de R et C ne sont pas corrélées, le produit $R_1 C_2$ peut varier $\sim \pm 30$ %

$$1,22 \text{ KHz} < f_c < 2,27 \text{ KHz}$$



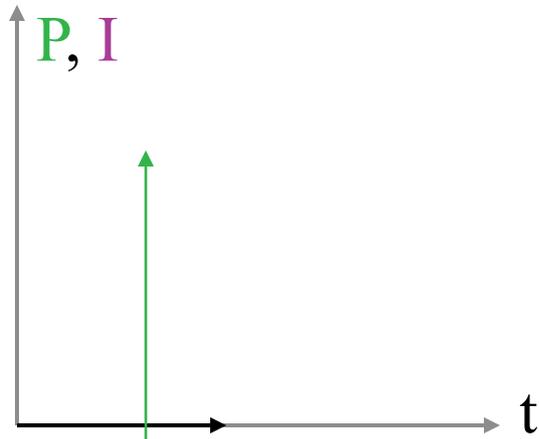
- La valeur des résistances dépend de la température

Montages élémentaires

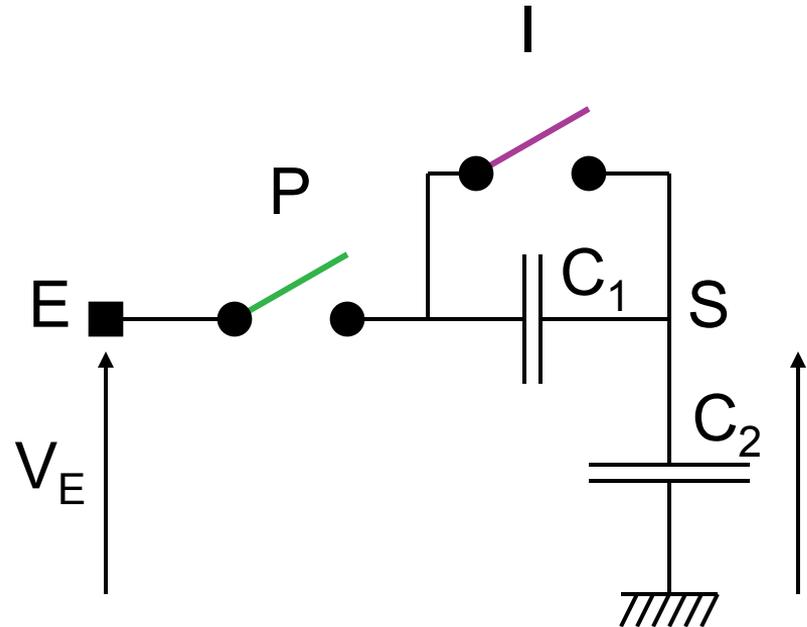


Principe des capacités commutées

■ Exemple : Filtre passe-bas du premier ordre

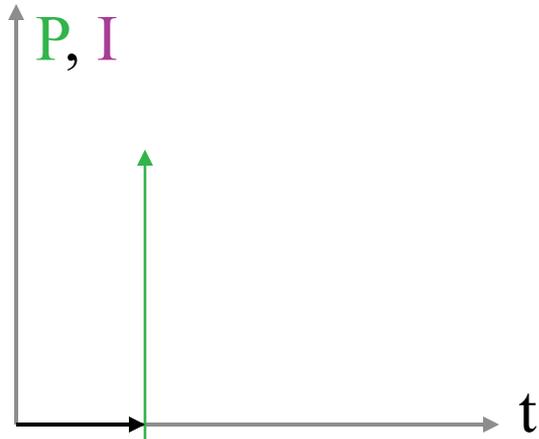


Interphase

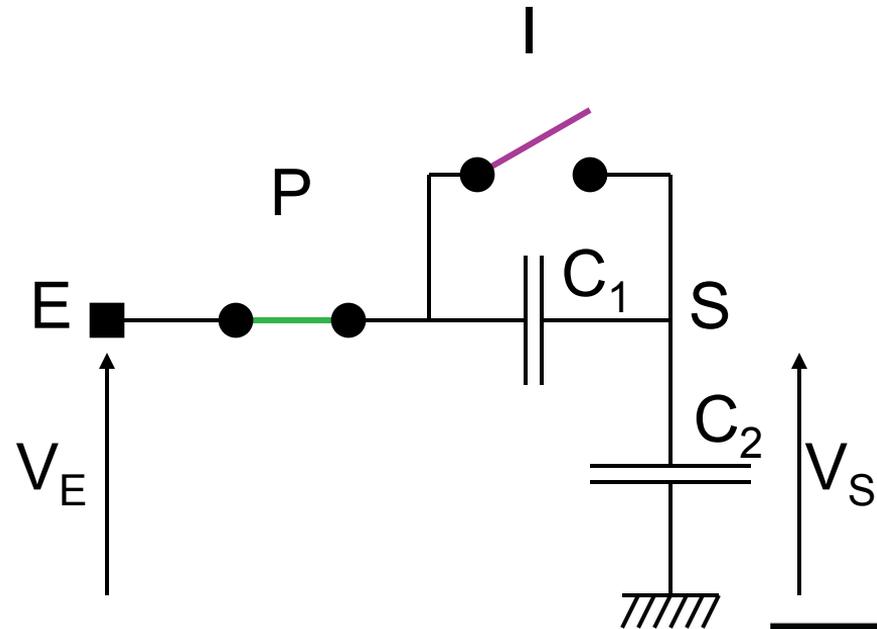


Principe des capacités commutées

■ Exemple : Filtre passe-bas du premier ordre

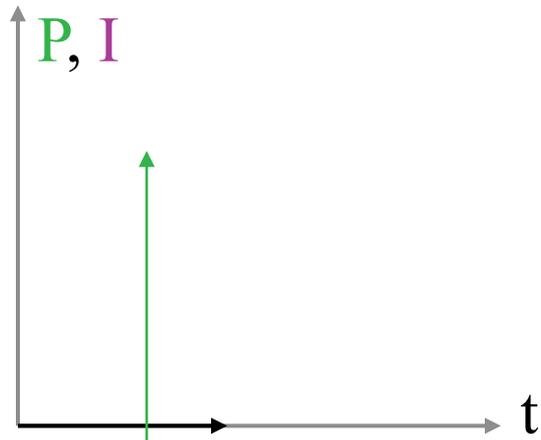


Phase paire : $n \cdot T_e$

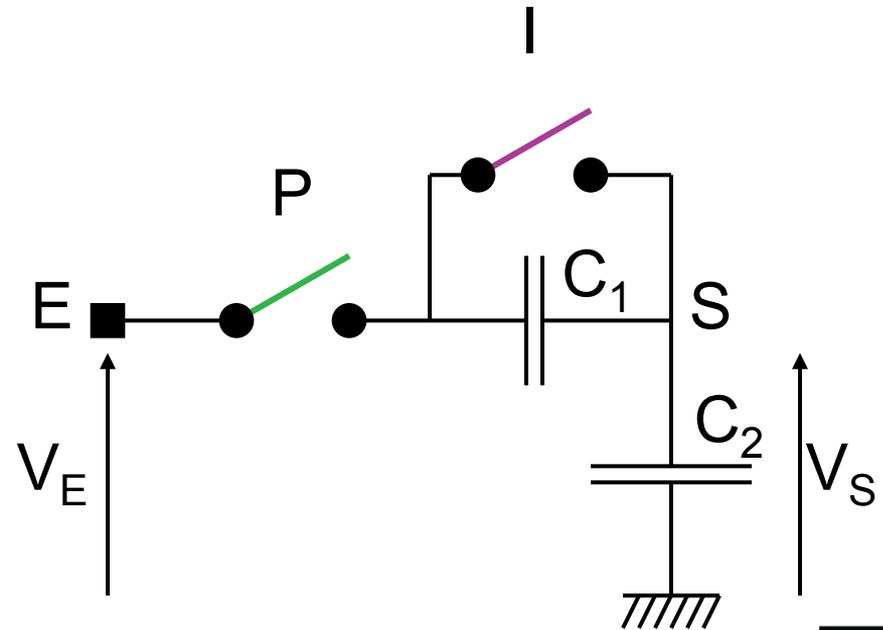


Principe des capacités commutées

■ Exemple : Filtre passe-bas du premier ordre

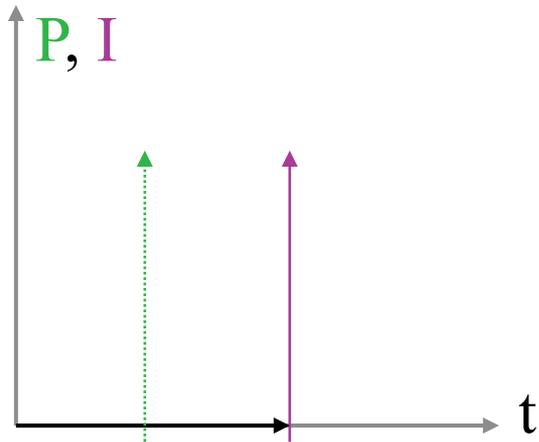


Interphase

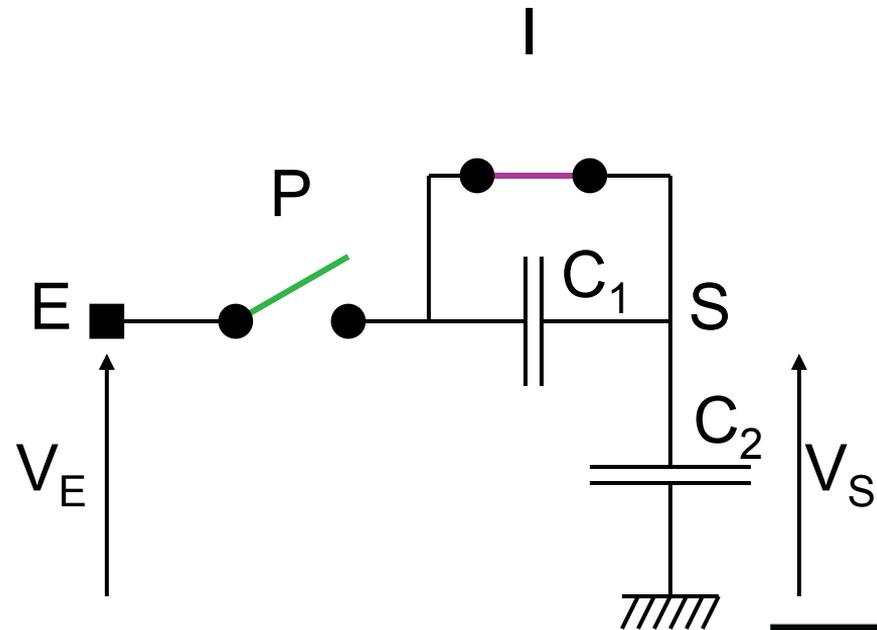


Principe des capacités commutées

■ Exemple : Filtre passe-bas du premier ordre

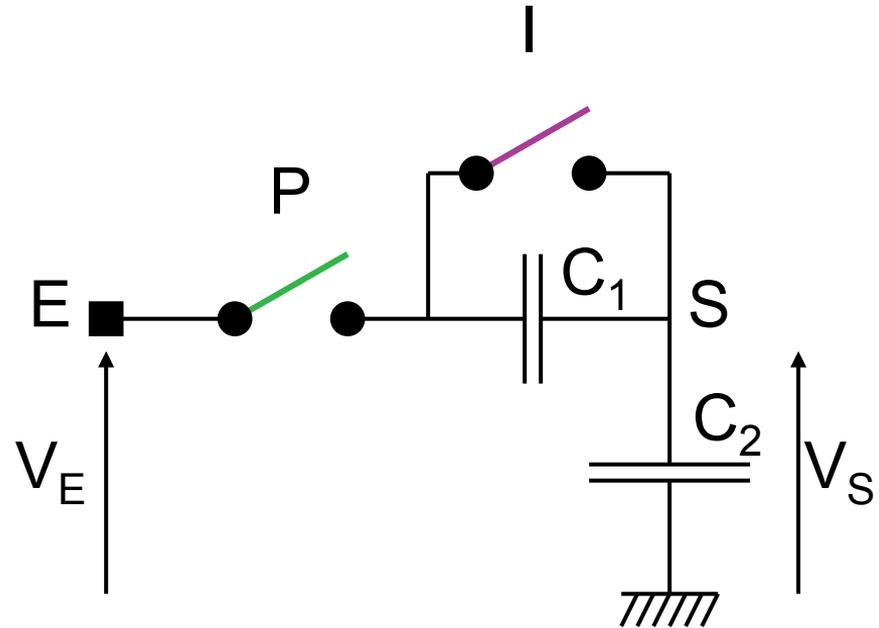
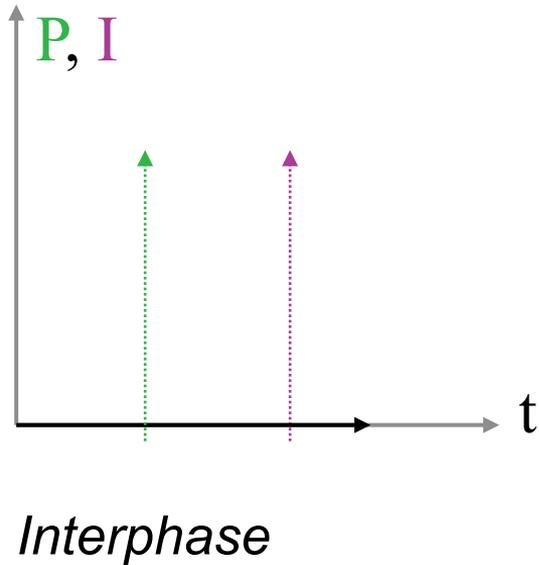


Phase impaire : $(n+1/2).T_e$



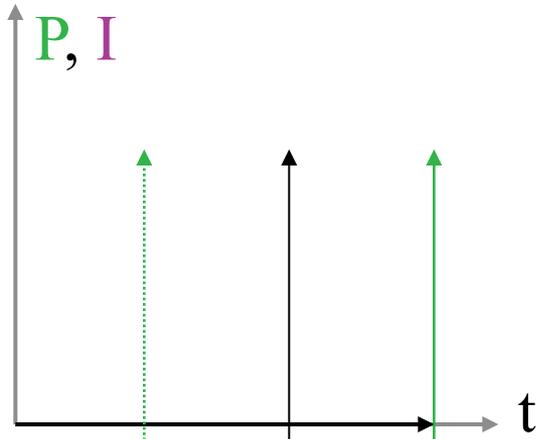
Principe des capacités commutées

■ Exemple : Filtre passe-bas du premier ordre

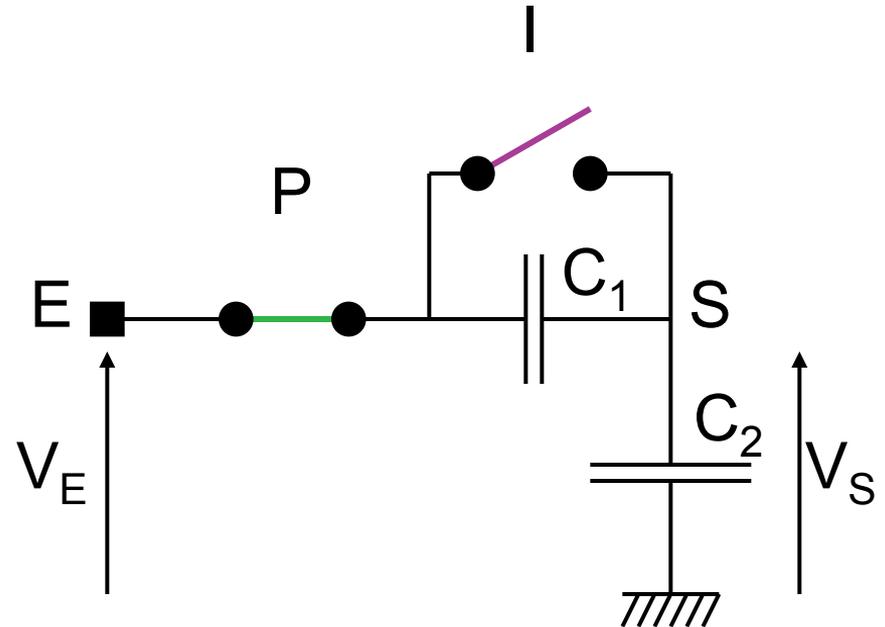


Principe des capacités commutées

■ Exemple : Filtre passe-bas du premier ordre



Phase paire : $(n+1).T_e$



Hypothèses de calcul

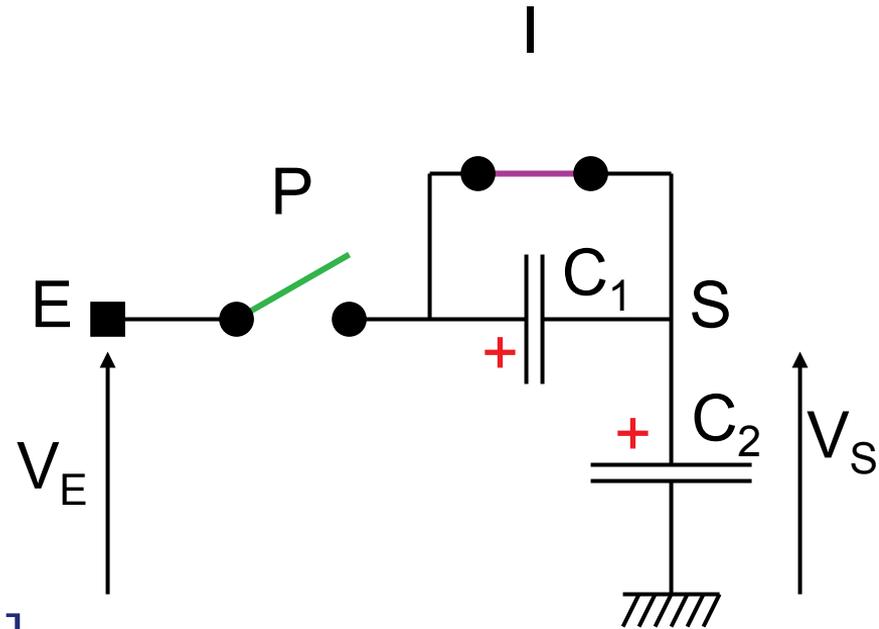
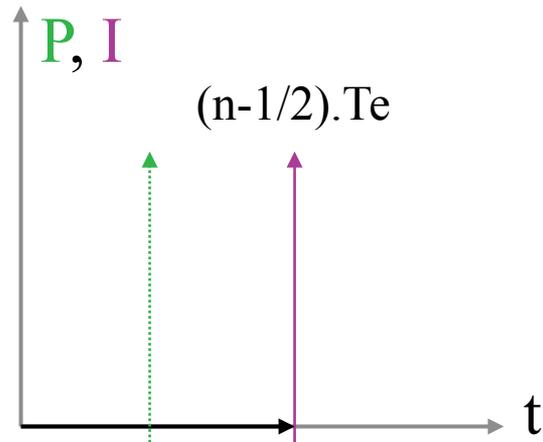
■ Charges et décharges instantanées

- Capacités parfaites
- Commutateurs parfaits
- Les phases sont des impulsions

■ Pas de fuite de charges

Filtre passe-bas du premier ordre

■ Bilan des charges des capacités en phase I

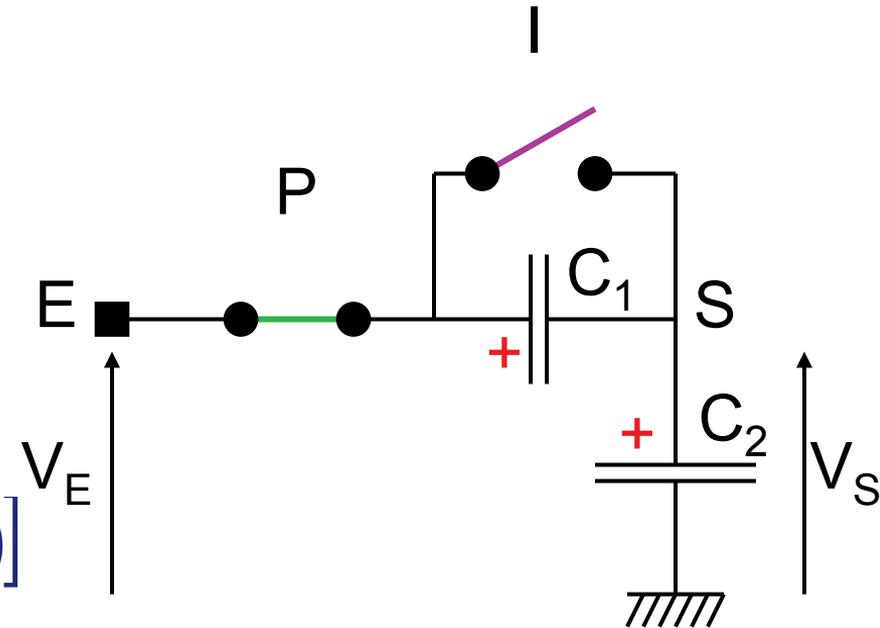
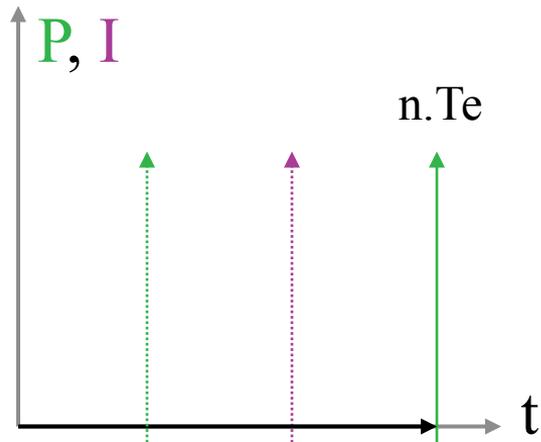


$$Q_1^I [(n-1/2).T_e] = 0$$

$$Q_2^I [(n-1/2).T_e] = C_2.V_S^I [(n-1/2).T_e]$$

Filtre passe-bas du premier ordre

■ Bilan des charges des capacités en phase P



$$Q_1^P(n.T_e) = C_1 \cdot [V_E^P(n.T_e) - V_S^P(n.T_e)]$$

$$Q_2^P(n.T_e) = C_2 \cdot V_S^P(n.T_e)$$

Filtre passe-bas du premier ordre

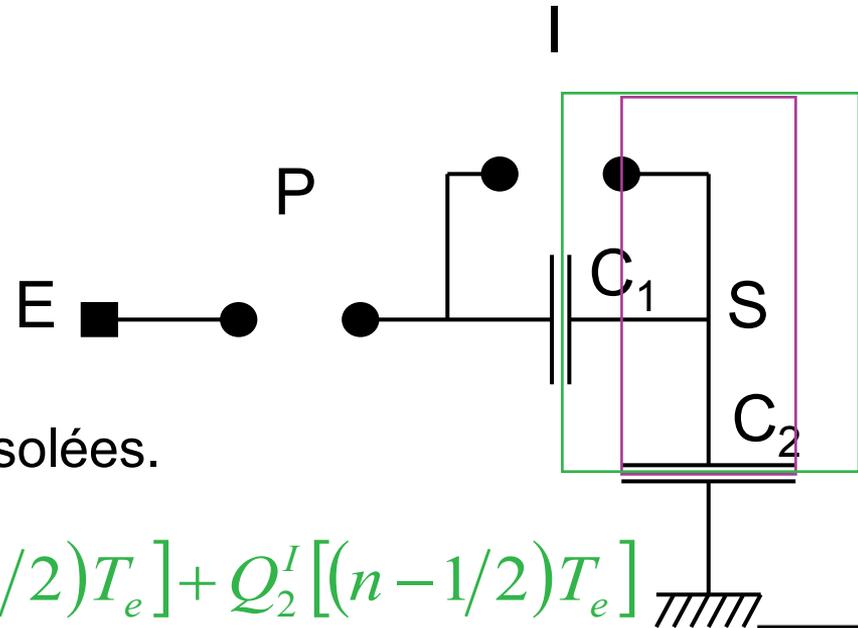
■ Conservation des charges dans le réseau :

- En phase I : C_2 est isolée.

$$Q_2^I [(n - 1/2)T_e] = Q_2^P [(n - 1)T_e]$$

- En phase P : C_1 et C_2 sont isolées.

$$-Q_1^P (nT_e) + Q_2^P (nT_e) = -Q_1^I [(n - 1/2)T_e] + Q_2^I [(n - 1/2)T_e]$$



Filtre passe-bas du premier ordre

■ Equation aux différences finies

$$-Q_1^P(nT_e) + Q_2^P(nT_e) = -Q_1^I[(n-1/2)T_e] + Q_2^P[(n-1)T_e]$$

$$-C_1[V_e^P(nT_e) - V_s^P(nT_e)] + C_2V_s^P(nT_e) = 0 + C_2V_s^P[(n-1)T_e]$$

$$(C_2 + C_1)V_s^P(nT_e) - C_2V_s^P[(n-1)T_e] = C_1V_e^P(nT_e)$$

Application de la transformée en Z

- Equation aux différences finies :

$$(C_2 + C_1)V_s^P(nT_e) - C_2V_s^P[(n-1)T_e] = C_1V_e^P(nT_e)$$

- Application de la transformée en Z :

$$(C_2 + C_1)V_s^P(Z) - C_2 Z^{-1} V_s^P(Z) = C_1 V_e^P(Z)$$

- Fonction de transfert en Z :

$$T^{PP}(Z) = \frac{V_s^P(Z)}{V_e^P(Z)} = \frac{1}{1 + \frac{C_2}{C_1}(1 - Z^{-1})}$$

Rapport
capacitif

Fonction de transfert en fréquence

- Changement de variable : $Z = e^{+j\omega T_e} = e^{2\pi j F / F_e}$

$$T^{PP}(\omega) = \frac{V_s^P(\omega)}{V_e^P(\omega)} = \frac{1}{1 + \frac{C_2}{C_1} (1 - e^{-j\omega T_e})}$$

- Hypothèse de sur-échantillonnage : $F_e \gg F_{\max}$

$$T^{PP}(\omega) = \frac{V_s^P(\omega)}{V_e^P(\omega)} \cong \frac{1}{1 + j \frac{C_2}{C_1 F_e} \omega}$$

$$\text{avec: } e^{-j\omega T_e} \cong 1 - j \frac{\omega}{F_e}$$

Avantages et Inconvénients

■ Avantages:

- Meilleure précision ($\sim 0.1\%$ vs $\sim 30\%$) car la constante de temps est fixée par un rapport capacitif (Les variations sur C1 et C2 sont corrélées)
- La constante peut être modifiée en ajustant F_e :

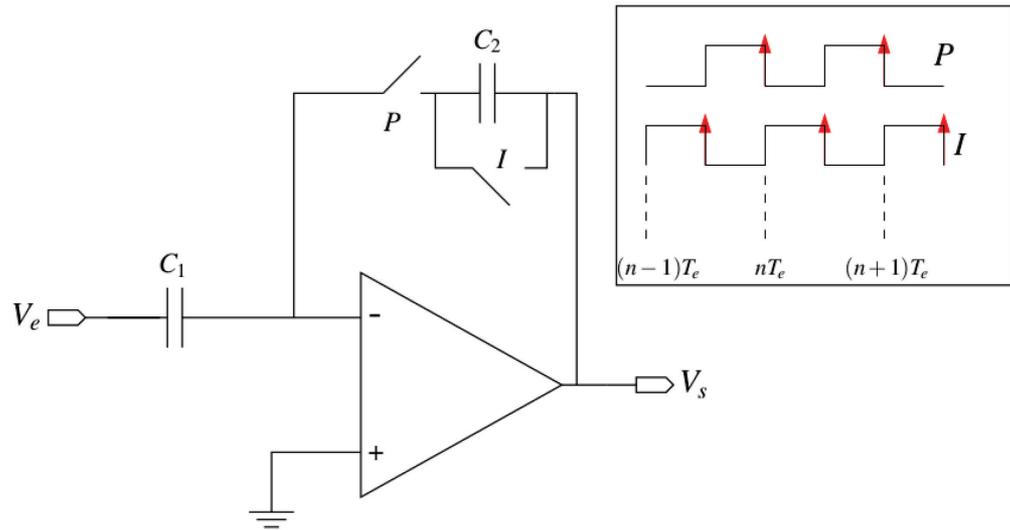
$$C1 = 1 \text{ pF}; C2 = 10 \text{ pF}; F_e = 100 \text{ kHz} \quad \Rightarrow \quad \tau = 10^{-4} \text{ s}$$

$$C1 = 1 \text{ pF}; C2 = 10 \text{ pF}; F_e = 200 \text{ kHz} \quad \Rightarrow \quad \tau = 0.5 \cdot 10^{-5} \text{ s}$$

■ Inconvénients:

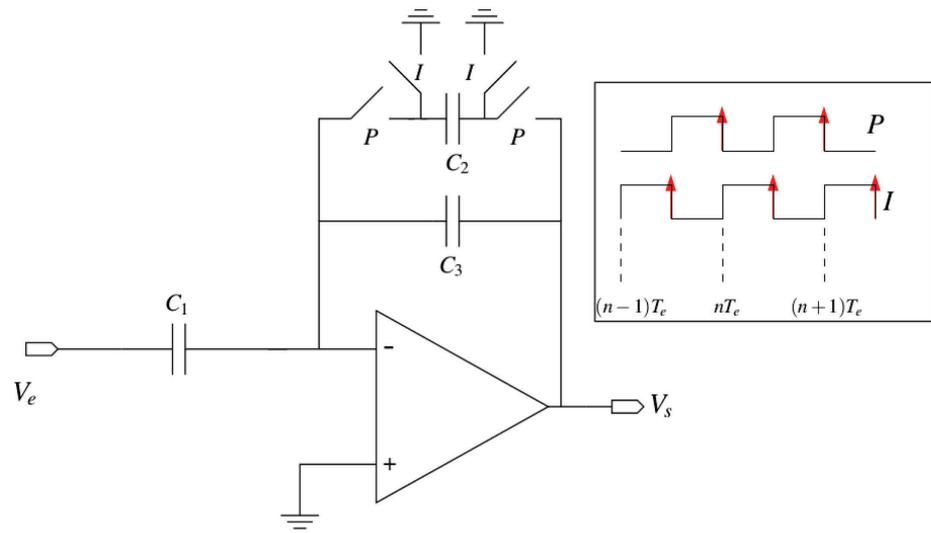
- Contraintes plus importantes sur les amplificateurs opérationnels car le temps de charge effectif est 2 (pour 2 phases) fois moins important

Exercice 1



- **Question 1.** Déterminer la fonction de transfert du circuit
- **Question 2** Quelle est la fonction réalisée par le montage ?
- **Question 3** Proposer une implémentation temps continu équivalente à ce montage dans laquelle vous remplacerez les commutateurs et capacité(s) par des résistances dont vous déterminerez les expressions.

Exercice 2



- **Question 1.** Déterminer la fonction de transfert du circuit
- **Question 2.** Démontrer que la fonction de transfert dans le domaine fréquentiel peut s'exprimer sous la forme ci-dessous pour $C_1 = C_3$ et $\omega \ll 1/T_e$:

$$H(j\omega) = -\frac{j \frac{\omega}{\omega_c}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_c}}$$

- **Question 3** Tracer le diagramme de Bode du module et de la phase de $H(j\omega)$. Quelle est la fonction réalisée par le circuit ?