



Traitement du signal - Électronique des Systèmes d'Acquisition

Transformée de Laplace

Germain PHAM & Chadi Jabbour

dpham@telecom-paris.fr

Avril 2023





Plan

Encore un cours sur les transformées... !?

Application des transformées

La transformée de Laplace (TL)

Principales applications de la TL

Rappels sur les diagrammes de Bode

Encore un cours sur les transformées... ! ?

Objectifs de cette leçon

- (Re)voir la définition des transformées
 - Prendre du recul et comprendre comment s'incrit la transformée de Laplace dans cet univers
- Comprendre à quoi ça sert^A
- Manipuler ces objets dans le contexte de l'électronique et des télécommunications

Une bonne nouvelle pour commencer ^B

Nous ne parlerons pas (ou alors très peu) de : projections sur des hyperplans, ni de spectre d'un opérateur linéaire, ni de valeurs propres, ni de convergence d'intégrale, ni de distributions...

A Il paraît que ça guérit de la maladie Covid-19

B enfin... sauf pour les amoureux de l'analyse fonctionnelle !

Sources

Les transparents de ce cours sont très inspirés des diapos de Marc Chaumont (MdC à l'Université de Nîmes) :

Le traitement du signal - La transformée de Fourier, la transformée de Fourier discrète et la transformée en cosinus discret (janvier 2008) ^A

Aussi, certains sont une transcription directe du contenu du livre de Frédéric de Coulon (Prof. retraité de l'EPFL) :

Théorie et traitement des signaux (1998) – Extrait en ligne ^B

A Lui même inspiré par des supports de Joël Le Roux (Univ. Nice) et Paul Bourke (Univ. West. Australia)

B Équivalent du "Traitement du signal pour les nuls" mais en vraiment bien !



Plan

Encore un cours sur les transformées... !?

Application des transformées

Joseph Fourier et sa transformée

Le développement des transformées

Signaux physiques et modèles théoriques

Différents signaux(espaces), différentes TF

Retour sur les applications "Signaux temporels"

Conclusion

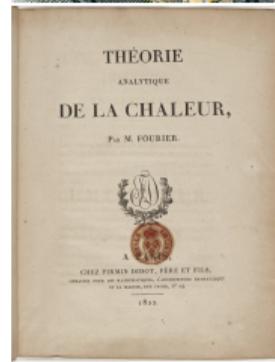
La transformée de Laplace (TL)

Principales applications de la TL

Rappels sur les diagrammes de Bode

Joseph Fourier et sa transformée

- Jean-Baptiste Joseph Fourier (1768-1830)
 - Mathématicien et physicien français
- Théorie de la chaleur
 - Le premier a avoir déterminé, par le calcul, la diffusion de la chaleur en utilisant la décomposition d'une fonction quelconque en ce qu'on appelle aujourd'hui une *série de Fourier*.



B Images : Le journal du CNRS, BNF



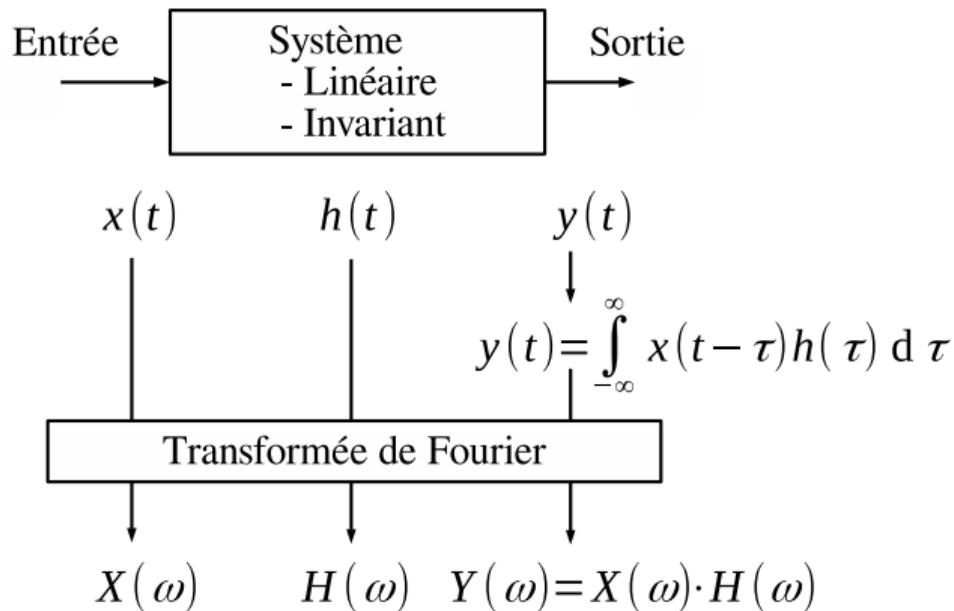
Les grandes applications de la transformée de Fourier

- Applications monodimensionnelles
 - Signaux temporels
 - Fonction de transfert
 - Radiodiffusion, transmissions
 - Sons
- Applications multidimensionnelles
 - Images
 - Propagation d'ondes
 - Interférométrie, holographie
 - Imagerie médicale

B Voir le cours de Marc Chaumont pour des illustrations détaillées

B Joseph Fourier transforme toujours la science, [Le journal du CNRS](#)

La propriété fondamentale



Une sinusoïde reste une sinusoïde de même fréquence, son amplitude et sa phase peuvent être modifiées

Le développement des transformées

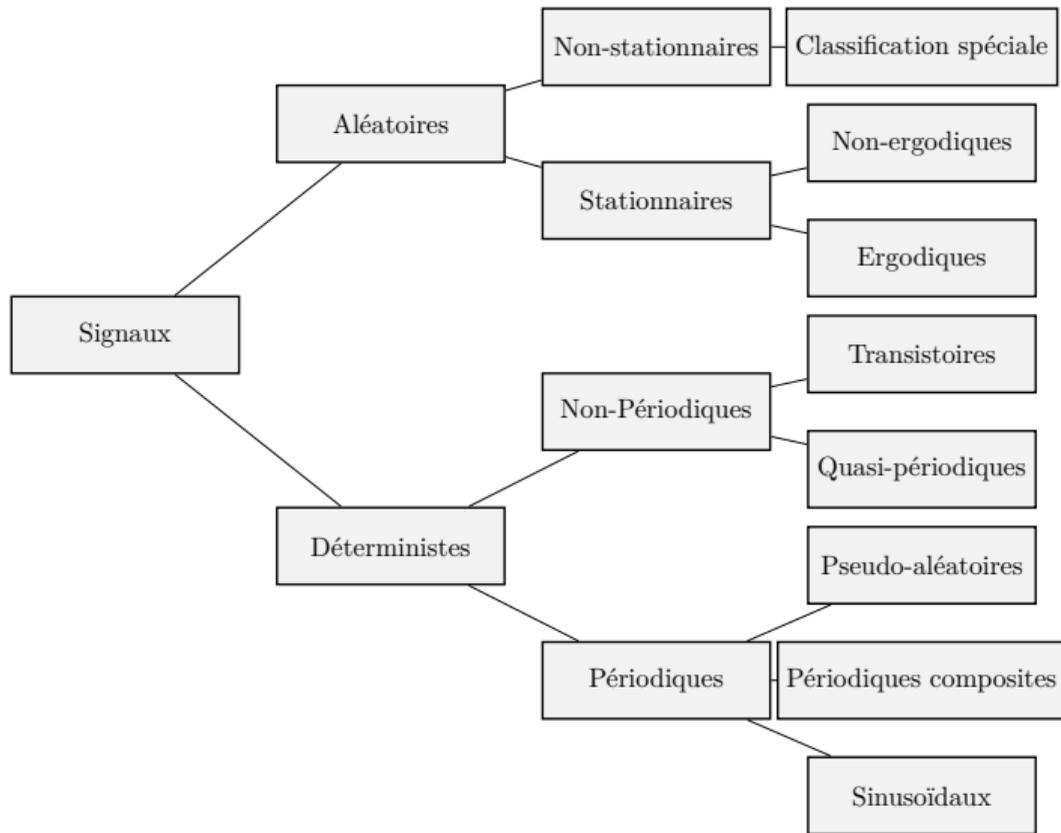
- Transformée de Fourier
- Transformée Inverse
- Transformée de Laplace
- Extension aux signaux échantillonnés
- Invention de l'algorithme de transformée de fourier rapide (FFT) : Cooley, Tuckey (IBM, 1965)
- Extension aux signaux multidimensionnels
- Ondelettes

Signaux physiques et modèles théoriques

- Image d'un processus physique
 - énergie bornée
 - amplitude bornée
 - amplitude continue
 - spectre (quasi-)borné
- Modèles théoriques
 - fonction mathématique, qui dépend de la variable temps par exemple
 - souvent judicieux d'utiliser des modèles *commodes* mais *non physiques*
- Exemples
 - Signal sinusoïdal
 - Distribution de Dirac et *peigne*

B Plus de détails dans [Chapitre 2, Théorie et traitement des signaux](#) Frédéric de Coulon (Presses polytechniques, 1998) (soit dit en passant, ce livre est une merveille !)

Signaux déterministes/aléatoires



Énergie et puissance

■ Électrotechnique

- Puissance instantannée ([W] = [V]·[A])

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) \quad (1)$$

- Énergie sur un intervalle de temps ([J] = [W]·[s])

$$E = \int_{t_1}^{t_2} p(t) dt \quad (2)$$

- Puissance moyenne sur l'intervalle ([W])

$$P_m = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} p(t) dt \quad (3)$$

■ Traitement du signal

- Énergie (normalisée) sur un intervalle de temps

$$E_x = \int_{t_1}^{t_2} x^2(t) dt \quad (4)$$

- Puissance moyenne (normalisée) sur l'intervalle

$$P_{x,m} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} x^2(t) dt \quad (5)$$

- Énergie et puissance pour une résistance de 1Ω
- On peut prendre les limites $t_1 \rightarrow -\infty$ et $t_2 \rightarrow \infty$

Signaux continus et discrets

		Amplitude	
		Continue	Discrète
Nature du temps	Continu	<p>Signal analogique</p>	<p>Signal quantifié</p>
	Discret	<p>Signal échantillonné</p>	<p>Signal numérique</p>

- Énergie totale du signal échantillonné : $W_{xe} = \sum x^2(t_k) \cdot \Delta t$
- Énergie du signal numérique ($\Delta t = 1$) : $W_{xn} = \sum x^2(t_k)$

Transformées de Fourier, Laplace, en Z, et en temps discret

		Nature de la variable exponentielle	
		Imaginaire pure $p = j\omega$	Complexe quelconque $p = \sigma + j\omega$
Nature du temps	Continu	TF $\mathcal{F}(\omega) = \int f(t) e^{-j\omega t} dt$	TL $F(p) = \int f(t) e^{-pt} dt$
	Discret $f(t) \cdot \sum_n \delta(t - nT)$	TFTD $\mathcal{F}_{TD}(\nu) = \sum f[n] e^{-j2\pi n\nu}$ <div style="text-align: center;">↓</div> TFD $\mathcal{F}_D[k] = \sum_{n=0}^{N-1} f[n] e^{-j2\pi nk/N}$	TZ $F(z) = \sum f[n] z^{-n}$

Retour sur les applications "Signaux temporels"

- Équation différentielles et filtrage (RLC)
- Transmissions analogiques et numériques de base
- Interprétation de l'échantillonnage des signaux en vue du traitement numérique
- Analyse, synthèse et reconnaissance de la parole
- Analyse en fréquence des sons, de la musique et compression de données
- Identification des caractéristiques d'un système linéaire
 - Suppression d'échos
 - sismographie
 - cardiologie
- Transmissions numériques : OFDM

B Source : [Le traitement du signal - La TF, la TFD et la TCD](#) M. Chaumont (2008)

Conclusion

- Vaste champ d'application
 - Grâce au traitement numérique
 - Grâce à l'algorithme de FFT
- Les transformées sont un outil essentiel pour les technologies

Plan

Encore un cours sur les transformées... !?

Application des transformées

La transformée de Laplace (TL)

Définition mathématique

La transformée de Laplace généralise la TF

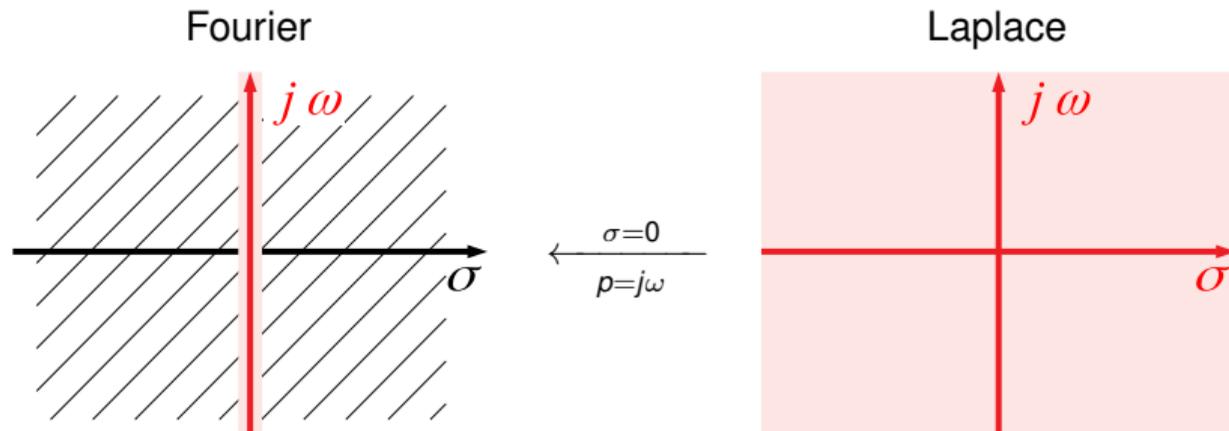
Propriétés de la TL

Principales applications de la TL

Rappels sur les diagrammes de Bode

La transformée de Laplace généralise la TF

La transformée de Laplace est une extension de la transformée de Fourier au plan complexe complet.



$$F(p = (\sigma, j\omega)) = \int f(t) e^{-\sigma t} e^{-j\omega t} dt \quad (6)$$

Le facteur $e^{-\sigma t}$ est un facteur de convergence que la transformée de Fourier ne possède pas.

Propriétés de la TL

■ Linéarité

$$\mathcal{L} \left\{ \sum_{i=1}^n a_i x_i(t) \right\} = \sum_{i=1}^n a_i \mathcal{L} \{ x_i(t) \} \quad (7)$$

■ Translation temporelle

$$\mathcal{L} \{ x(t - \alpha) u(t - \alpha) \} = e^{-\alpha p} X(p) \quad (8)$$

- Le module de la TF n'est pas modifié !

■ Transformée d'une dérivée temporelle

$$\mathcal{L} \left\{ \frac{d}{dt} x(t) \right\} = p \cdot X(p) - x(0^-) \quad (9)$$

■ Transformée d'une intégrale sur le temps

$$\mathcal{L} \left\{ \int_{0^-}^t x(\tau) d\tau \right\} = \frac{X(p)}{p} \quad (10)$$

Propriétés de la TL(2)

Produit de convolution et transformée de Laplace

Soit $y(t) = x \star h(t)$ ^A

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t - \tau)d\tau \quad (11)$$

Sa transformée de Laplace est :

$$Y(p) = X(p) \cdot H(p) \quad (12)$$

Transformée d'un produit (simple) de fonctions

La transformée de Laplace du produit $z(t) = v(t) \cdot w(t)$ est :

$$Z(p) = V \star W(p) \quad (13)$$

^A Attention, le symbole de la convolution peut changer, des fois il est noté $x \star h(t)$

Transformée de Laplace de signaux usuels

- Impulsion de Dirac $\delta(t)$

$$\mathcal{L}\{\delta(t)\} = \int_0^{\infty} \delta(t) e^{-tp} dt = e^{-tp} \Big|_{t=0} = 1 \quad (14)$$

- Impulsion de Dirac décalée $\delta(t - \tau)$

$$\mathcal{L}\{\delta(t - \tau)\} = \int_0^{\infty} \delta(t - \tau) e^{-tp} dt = e^{-t\tau} \Big|_{t=\tau} = e^{-\tau p} \quad (15)$$

- Échelon unité (Heaviside) $u(t)$

$$\mathcal{L}\{u(t)\} = \int_0^{\infty} e^{-tp} dt = \left[-\frac{1}{p} e^{-tp} \right]_0^{\infty} = \frac{1}{p} \quad \text{pour } \Re(p) > 0 \quad (16)$$

- Signal sinusoïdal complexe (causal) $s(t) = e^{j\omega_0 t}$, $\omega_0, t \in \mathbb{R}^+$

$$\mathcal{L}\{s(t)\} = \int_0^{\infty} e^{j\omega_0 t} e^{-tp} dt = \frac{1}{-p + j\omega_0} \left[\exp((-p + j\omega_0)t) \right]_0^{\infty} \quad (17)$$

$$= \frac{1}{p - j\omega_0} \quad \text{pour } \Re(p) > 0 \quad (18)$$



Plan

Encore un cours sur les transformées... !?

Application des transformées

La transformée de Laplace (TL)

Principales applications de la TL

Transformée de Laplace inverse

Analyse de la stabilité d'un système

Résolution d'équations différentielles linéaires

Rappels sur les diagrammes de Bode

Transformée de Laplace inverse

Deux méthodes pour obtenir l'inverse d'une transformée de Laplace $X(p)$

- Si c'est une fraction rationnelle :
 - Décomposer en éléments simple et inverser chaque élément obtenu en les identifiant à des TL connues.
- Sinon, si $X(p)$ respecte certaines conditions ^A
 - Formule de Bromwich ^{B C} :

$$x(t) = \frac{1}{j2\pi} \lim_{\omega \rightarrow \infty} \int_{\sigma_0 - j\omega}^{\sigma_0 + j\omega} X(p) e^{pt} dp$$

$$\text{v. courte} = \frac{1}{j2\pi} \int_{\sigma_0 - j\infty}^{\sigma_0 + j\infty} X(p) e^{pt} dp$$

où σ_0 est choisi de sorte que l'intégrale soit convergente.

- Expression pas très pratique !

A Holomorphie et une certaine décroissance et sommabilité

B Cette formule a pleins de noms : Bromwich-Wagner, Bromwich-Mellin, formule inverse de Mellin, intégrale de Bromwich, intégrale de Fourier-Mellin

C Démon : [Transformées de Laplace des fonctions et des distributions](#) J-L Raimbault (Polytechnique,2008), ou [Chapitre 9 Transformation de Laplace](#), J-B Zuber (Jussieu,2013)

Réponse transitoire et harmonique

Considérons une entrée sinusoïdale à la pulsation ω :

$$x(t) = e^{j\omega t} \cdot \mathbf{1}_{\{t>0\}} \Leftrightarrow \mathcal{L}\{x(t)\} = X(p) = \frac{1}{p-j\omega}$$

$$Y(p) = T(p) \cdot X(p) = \frac{N(p)}{\prod_{i=1}^n (p-p_i)} \cdot \frac{1}{p-j\omega} = \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{p-p_i} + \frac{C_{n+1}}{p-j\omega}$$

$$C_{n+1} = [T(p)]_{p=j\omega} = T(j\omega)$$

$$y(t) = \sum_{i=1}^n C_i e^{p_i t} + T(j\omega) e^{j\omega t}$$

Réponse transitoire

Réponse harmonique

Analyse de la stabilité d'un système

Définitions

Physiquement, on parle de système stable au voisinage d'un point (ou d'une trajectoire) donné lorsque de faibles perturbations entraînent de faibles écarts par rapport à ce point (ou à cette trajectoire) ^A.

- Systèmes *libres* (entrée nulle mais cond. init. non nulles)
 - Il faut décrire le système par représentation d'état
 - Stabilité au sens de Ljapunov (Non-traité ici)
 - Cadre utile pour les oscillateurs
- Systèmes *forcés* (entrée non nulle et cond. init. nulles)
 - DÉF. : Un système (forcé) est stable si, pour toute entrée bornée, la sortie l'est aussi.
 - C'est ce qu'on appelle la *stabilité au sens EBSB (ou BIBO en anglais)*

^A Source : [Performances d'un système asservi](#) (Ed. Techniques Ingénieur, 1984)

Stabilité EBSB pour les SLI

Premier résultat : Stabilité EBSB d'un SLI causal

On montre que pour un SLI causal de réponse impulsionnelle $h(t)$:

$$\text{Stabilité EBSB} \Leftrightarrow \int_0^{\infty} |h(t)| dt < \infty \quad (19)$$

Deuxième résultat (toujours pour les SLI)

On peut alors démontrer que ^{A B}

$$\text{Stabilité EBSB} \Leftrightarrow \begin{array}{l} \text{tous les pôles de } H(p) \text{ sont à partie réelle strictement} \\ \text{négative et que l'ordre de son dénominateur} \\ \text{est supérieur ou égal à celui du numérateur} \end{array} \quad (20)$$

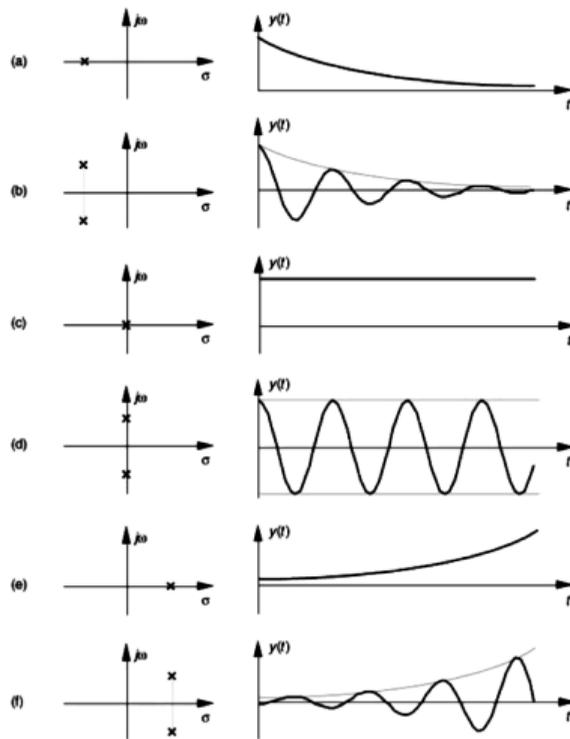
A Nécessite de passer par les fonctions holomorphes et méromorphes ; [Section 2.2, Performances s'un systeme asservi](#)

B Les fonctions méromorphes incluent les fractions rationnelles mais aussi d'autres fonctions

Stabilité et pôles : illustrations

Les systèmes comme les oscillateurs dont un ou plusieurs pôles d'ordre 1 ont une partie réelle nulle, sont dits stable au sens large.

Ces systèmes sont stables au sens large mais pas au sens EBSB.



Résolution d'équations différentielles linéaires

La principale force de la représentation symbolique de Laplace est de convertir les équations intégral-différentielles qui caractérisent les systèmes linéaires invariants en temps continu en équation algébriques.

Domaine temporel	Domaine fréquentiel	Domaine temporel	Impédance
Dérivation $\frac{d}{dt}x(t)$	Multiplication par p $p \cdot X(p)$	Inductance $L \frac{d}{dt}i(t)$	Multiplication par p $L \cdot p$
Intégration $\int_0^t x(u)du$	Division par p $\frac{1}{p} X(p)$	Condensateur $\frac{1}{C} \int_0^t i(u)du$	Division par p $\frac{1}{C \cdot p}$

Équations différentielles & circuits électriques

Les circuits RLC sont l'exemple fondamental des systèmes dont le comportement est décrit par des équations différentielles linéaires



Plan

Encore un cours sur les transformées... ! ?

Application des transformées

La transformée de Laplace (TL)

Principales applications de la TL

Rappels sur les diagrammes de Bode

Diagramme de Bode : fonction de base

Le diagramme de Bode est une représentation asymptotique de la réponse fréquentielle d'un système. Il permet de visualiser rapidement les tendances du module et de la phase.

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}}$$

Son module et phase sont donnés par :

$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}} \implies H(\omega)_{dB} = -10 \log \left(1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \right)$$

$$\phi(H(j\omega)) = \phi(\text{Num-}H(j\omega)) - \phi(\text{Dén-}H(j\omega)) = -\arctan \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)$$

Analysons le comportement pour $\omega \ll \omega_c$ et $\omega \gg \omega_c$

Diagramme de Bode : fonction de base

- Pour $\omega \ll \omega_c$, le module tend vers 1 donc 0 dB.
- pour $\omega \gg \omega_c$

$$H(\omega)_{dB} \simeq -20 \log\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right) = -20 \log(\omega) + 20 \log(\omega_c)$$

- Donc asymptotiquement, le module est égal à 0 dB pour $\omega < \omega_c$ et à la droite $-20 \log(\omega) + 20 \log(\omega_c)$ pour $\omega > \omega_c$.
- Pour la phase pour $\omega \ll \omega_c$ et $\omega \gg \omega_c$, on obtient respectivement 0 et $-\frac{\pi}{2}$.

Pente de +1, de 20 dB/dec ou 6 dB/oct

Pour exprimer la pente de cette droite, prenons $\omega' = 10\omega \gg \omega_c$.

$$H(\omega')_{dB} \simeq H(\omega)_{dB} - 20 \log(10) = H(\omega)_{dB} - 20$$

Ainsi la décroissance est de 20 dB quand ω est multipliée par 10. On parle donc d'une pente à -20 dB/decade.

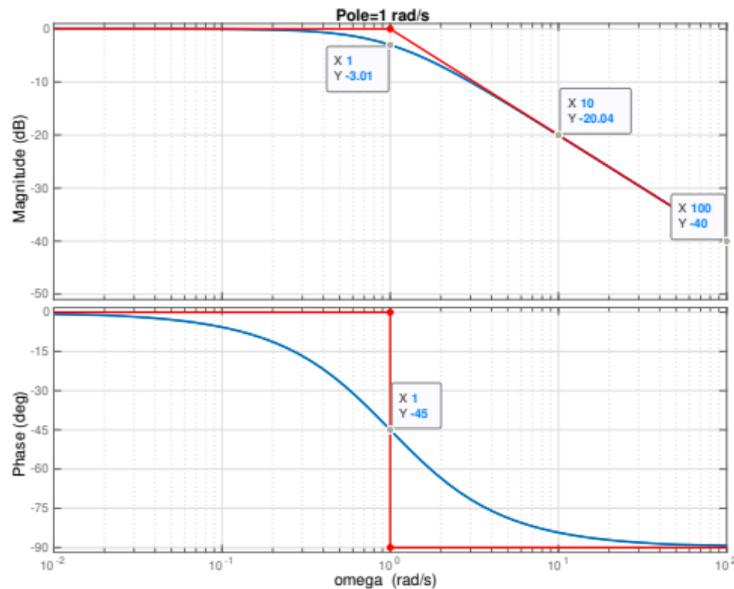
Pour $\omega'' = 2\omega \gg \omega_c$.

$$H(\omega'')_{dB} \simeq H(\omega)_{dB} - 20 \log(2) = H(\omega)_{dB} - 6$$

On parle ainsi d'une pente à -6 dB/octave.

Pour les systèmes polynomiaux classiques, toutes les pentes sont des multiples de ± 20 dB/decade ou 6 dB/octave. Pour simplifier les notations, on désigne ces pentes par ± 1 .

Diagramme de Bode : fonc. de base - tracé



La pente est comme prédite de 20 dB/decade.

A ω_c , le module est de -3 dB et la phase de $-\frac{\pi}{4}$

Diagramme de Bode : fonc. de 2ème ordre

$$H(j\omega) = \frac{1 + j\frac{\omega}{\omega_z}}{\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p1}}\right) \left(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p2}}\right)} = \underbrace{\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_z}\right)}_{H_A(j\omega)} \underbrace{\frac{1}{\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p1}}\right)}}_{H_B(j\omega)} \underbrace{\frac{1}{\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p2}}\right)}}_{H_C(j\omega)}$$

Le module de $H(j\omega)$ peut donc être exprimé comme suit :

$$|H(\omega)| = |H_A(\omega)| \cdot |H_B(\omega)| \cdot |H_C(\omega)|$$

$$\Rightarrow H(\omega)_{dB} = 20 \log(|H(\omega)|) = H_A(\omega)_{dB} + H_B(\omega)_{dB} + H_C(\omega)_{dB}$$

En conséquence, le diagramme de Bode de $H(j\omega)$ est la somme des 3 diagrammes de Bode des 3 sous fonctions. Meme chose pour la phase :

$$\phi H(\omega) = \phi H_A(\omega) + \phi H_B(\omega) + \phi H_C(\omega)$$

Diag. de Bode - construction

$$\omega_z = 0.2, \omega_{p1} = 1 \text{ et } \omega_{p2} = 20 \text{ rad/s}$$

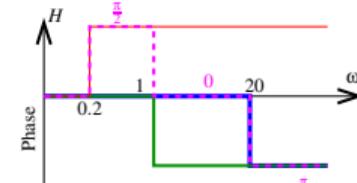
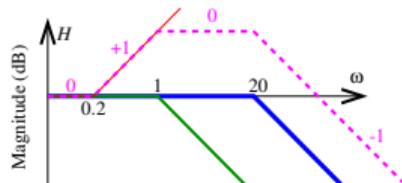
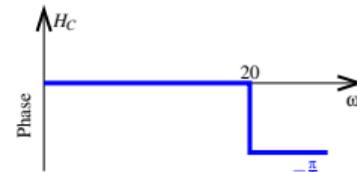
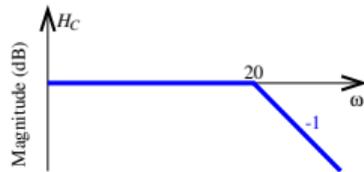
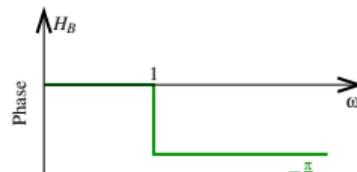
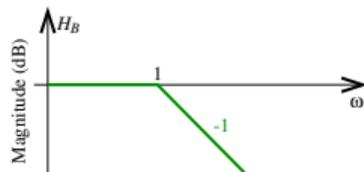
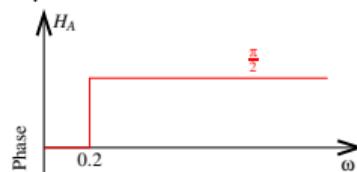
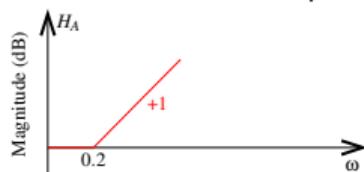


Diagramme de Bode : fonc. de 2ème ordre - tracé

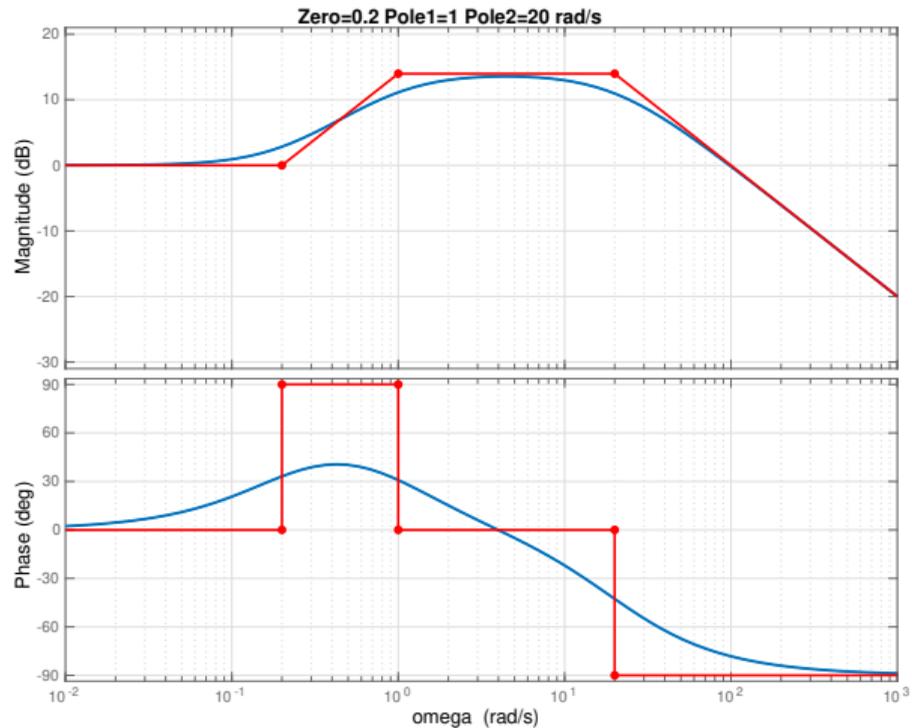


Diagramme de Bode : fonc. de 2ème ordre - tracé

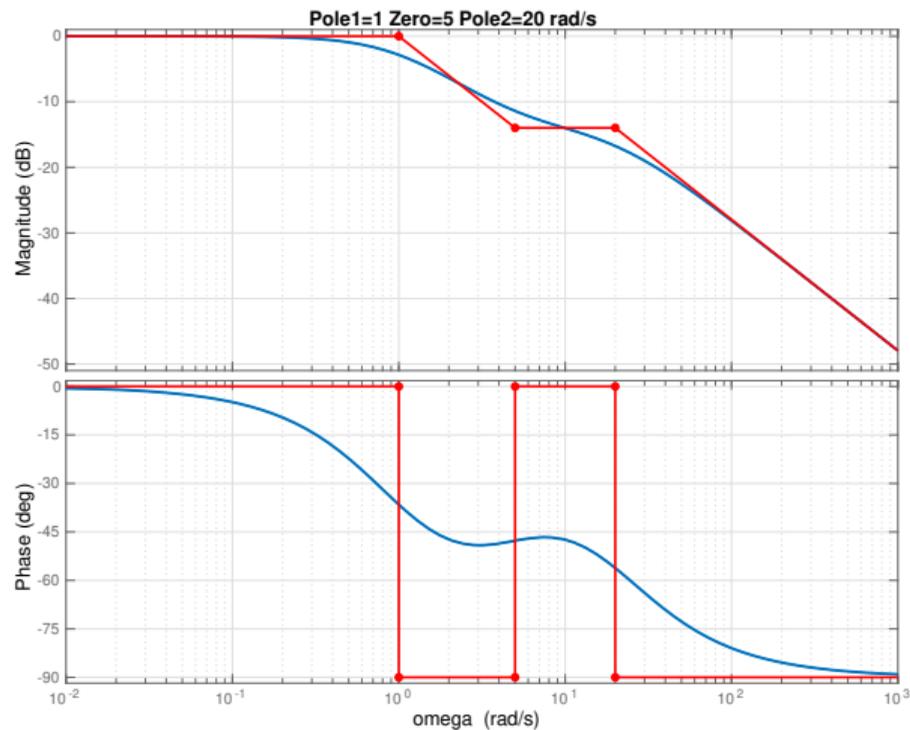


Diagramme de Bode : fonc. de 2ème ordre - tracé

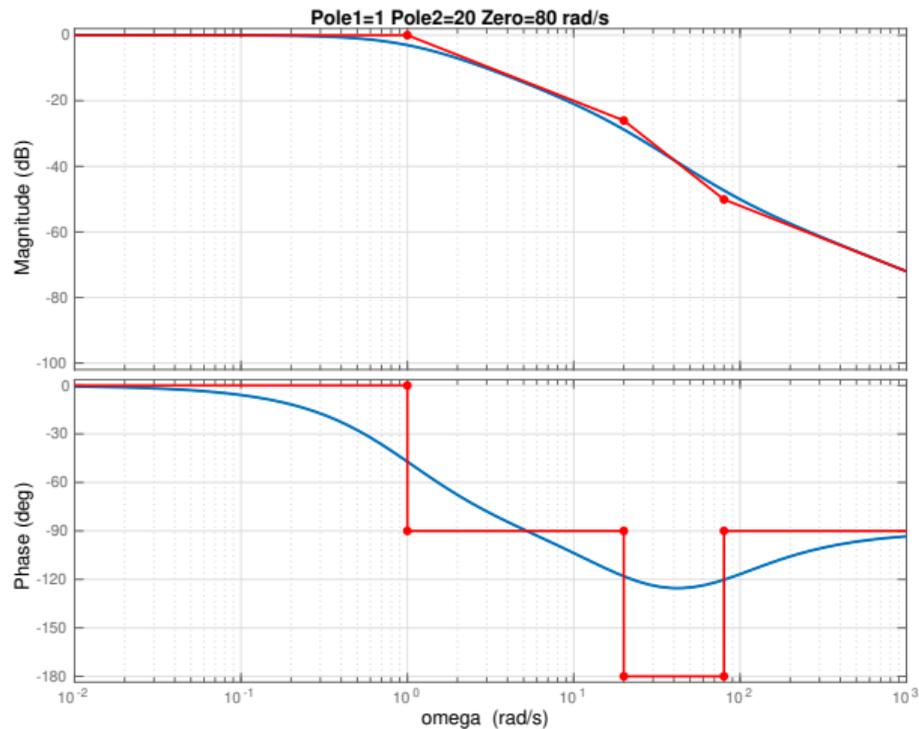


Diagramme de bode : méthode générale pour le module

■ Le module :

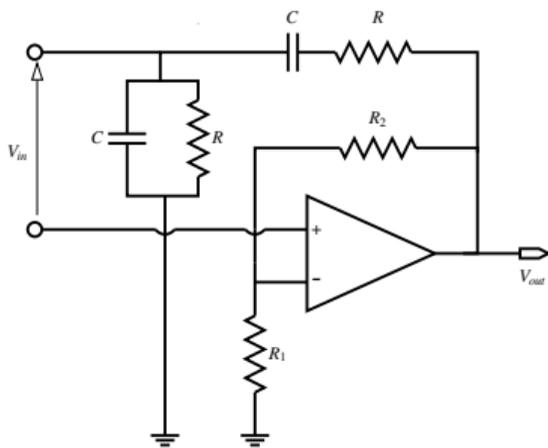
- On commence par placer les pulsations des poles et des zéros sur l'axe des abscisses
- La valeur à $\omega \rightarrow 0$ est égale à $20 \log(H_0)$ où H_0 est le gain pour $\omega = 0$.
- La pente est nulle sauf si on a un zéro à $\omega = 0$. Dans ce cas, on commence par une pente +1 ou +20 dB/decade. Dans le cas d'un zéro double, la pente est +2 ...
- On maintient la fonction initiale jusqu'à la première pulsation caractéristique, si cette pulsation correspond à un pole, on retranche 1 de notre pente.
- Si le pole ou le zéro est double, on retranche/ajoute +2 ...
- On continue à accumuler les ± 1 jusqu'à la dernière pulsation caractéristique.

Diagramme de bode : méthode générale pour la phase

■ La phase :

- On commence par placer les pulsations des pôles et des zéros sur l'axe des abscisses
- La valeur à $\omega \rightarrow 0$ est égale à la phase pour $\omega = 0$.
- On maintient la valeur initiale jusqu'à la première pulsation caractéristique, si cette pulsation correspond à un pôle, on retranche $\frac{\pi}{2}$ de notre valeur.
- Si le pôle ou le zéro est double, on retranche/ajoute π ...
- On continue à accumuler les $\pm \frac{\pi}{2}$ jusqu'à la dernière pulsation caractéristique.

Exercice : étude d'un filtre



$$F(p) = \frac{V_{out}(p)}{V_{in}(p)} = \frac{-a(\tau^2 p^2 + 3\tau p + 1)}{\tau^2 p^2 + (3-a)\tau p + 1}$$

avec $a = 1 + \frac{R_2}{R_1}$ et $\tau = RC$

1. A quelle condition sur a , le système est stable ?
2. Calculer les zéros $z_{1,2}$ de $F(p)$ en fonction de τ et expliciter $F(p)$ en fonction de $\tau_{1,2} = \frac{-1}{z_{1,2}}$.
3. Tracer le diagramme asymptotique de Bode de $F(j\omega)$ dans le cas où $a = 1$.
4. Quelle est la fonction réalisée par le système pour $a = 1$? Pour $a = 3$?

Solution : Ex2

1- A quelle condition sur a , le système est stable ?

Pour que $F(p)$ soit stable, il faut que ses pôles (les racines du dénominateur) aient tous une partie réelle < 0 . $3 - a$ est compris entre $] - \infty; 2[$. On peut montrer (en considérant les 2 cas $\Delta > 0$ et $\Delta < 0$) que pour satisfaire cette condition, il faut que $a \in]1; 3[$.

2-Calculer les zéros $z_{1,2}$ de $F(p)$ en fonction de τ et expliciter $F(p)$ en fonction de

$$\tau_{1,2} = \frac{-1}{z_{1,2}}.$$

Les zéros ou les racines du numérateur sont donnés par

$$z_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2\tau}$$

On en déduit

$$\tau_1 = \frac{2\tau}{3 - \sqrt{5}} = 2.6\tau ; \tau_2 = \frac{2\tau}{3 + \sqrt{5}} = 0.4\tau$$

$$F(p) = \frac{-a(1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p)}{\tau^2 p^2 + (3 - a)\tau p + 1}$$

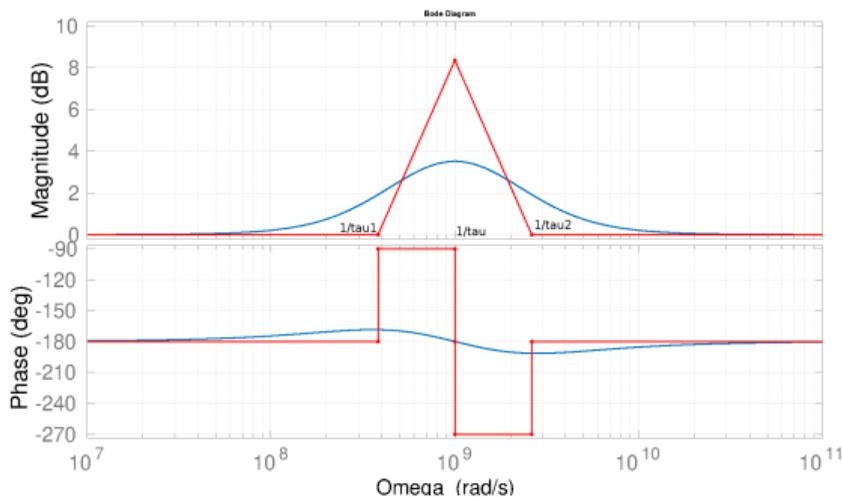
Solution : Ex2

3- Tracer le diagramme asymptotique de Bode de $F(j\omega)$ dans le cas où $a = 1$.

Pour $a = 1$, l'expression de $F(p)$ devient :

$$F(p) = \frac{-a(1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p)}{(\tau p + 1)^2}$$

On a donc un pôle double à $\omega = \frac{1}{\tau}$



Solution : Ex2

Quelle est la fonction réalisée par le système pour $a = 1$? Pour $a = 3$?

Pour $a = 1$, le circuit se comporte comme filtre passe bande. Pour $a = 3$, le filtre a deux pôles à partie réelle nulle $\pm \frac{j}{\tau}$ et donc se comporte comme un oscillateur. D'ailleurs ce circuit porte le nom d'oscillateur à pont de Wien.

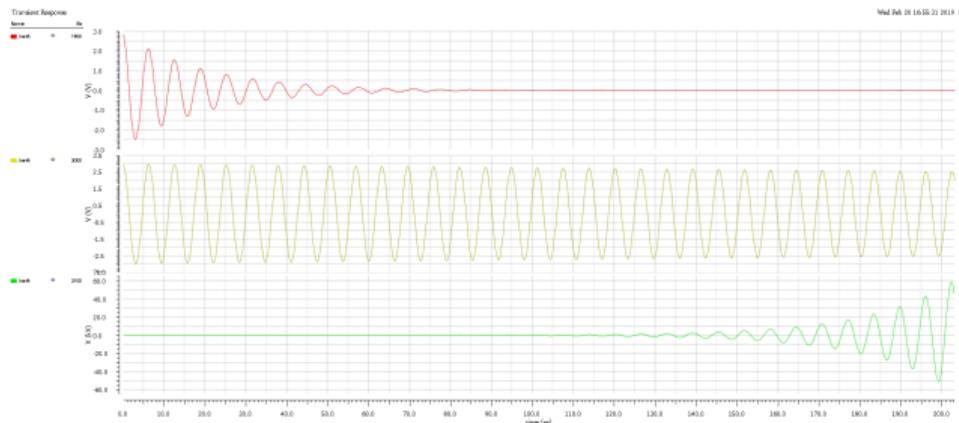


FIGURE – Réponse transitoire du noeud V_{out} . De haut en bas, $a=2.9$, $a=3$ et $a=3.1$

This is the end

Posez vos questions

E-mails :

Chadi JABBOUR

jabbour@telecom-paris.fr

Patricia DESGREYS

desgreys@telecom-paris.fr

Paul CHOLLET

pachollet@telecom-paris.fr

Christophe ROBLIN

roblin@telecom-paris.fr

Germain PHAM

dpham@telecom-paris.fr

Reda MOHELLEBI

mohelleb@telecom-paris.fr