Électronique des Systèmes d'acquisition et de calcul

ELEC101 - ESAC: Pre-Requis

Chadi Jabbour

Année scolaire 2024-2025

Outline

Les bases d’électricité

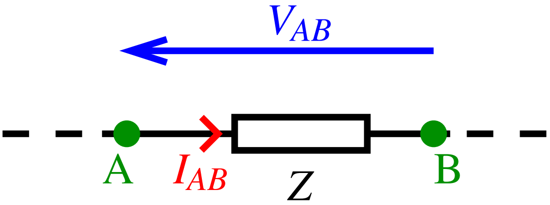
Fonction de transfert, poles et zéros

Diagramme de Bode

Amplitude Crête, crête à crête, moyenne et efficace

Instruments de mesure

Tension et Intensité



- La tension (notée U ou V), représente la circulation du champ électrique dans un circuit. L'unité de la tension est le Volt noté V.
- Le courant (notée I), représente la quantité de charge ou de porteurs qui traverse le circuit. Le sens conventionnel du courant est orienté du pôle positif au pôle négatif. L'unité du courant est l'Ampère noté A.

Relation : Tension - Courant

La différence de tension aux bornes d'un dipole est illustrée par une flèche ou vecteur et est exprimée par :

$$V_{AB} = \underbrace{V_A}_{\text{La fin de la flèche}} - \underbrace{V_B}_{\text{Le début de la flèche}}$$

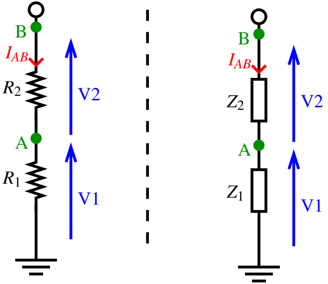
- Le courant qui rentre par le côté A est forcément égal au courant qui sort du côté B.
- Le sens du courant est arbitraire, on peut choisir d'avoir un courant entrant côté A ou côté B. La seule contrainte est de garder la même convention pour tout le calcul.
- L'impédance, noté Z, est la grandeur qui lie la différence de tension au courant :

$$V_{AB} = Z \cdot I_{AB}$$

Dipole et impédance

	Nom	Unité	Temporel	Impédance
	Résistance R	Ohm Ω	$u(t) = r \cdot i(t)$	$Z_R = R$
	Inductance L	Henry H	$u(t) = L\frac{di(t)}{dt}$	$Z_L = Lj\omega$
	Capacité C	Farad F	$i(t) = C\frac{dv(t)}{dt}$	$Z_C = \frac{1}{Cj\omega}$

Application : Pont diviseur



$$V_1 = V_A - 0 = R_1 \cdot I_{AB} \text{ et } V_2 = V_B - V_A = R_2 \cdot I_{AB}$$

La tension V_{tot} est la somme des 2.

$$\begin{aligned} V_{tot} &= V_B - 0 = (V_B - V_A) + (V_A - 0) \\ &= V_2 + V_1 = (R_1 + R_2) \cdot I_{AB} \end{aligned}$$

$$V_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{tot}$$

La relation est facilement généralisable

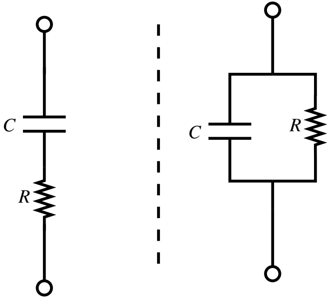
$$V_1 = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} V_{tot}$$

Impédance en série et en parallèle

$$Z_{eq-serie} = \sum_{i=1}^{N} Z_i$$

$$\frac{1}{Z_{eq-parallele}} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{Z_i}$$

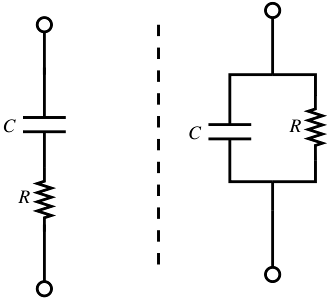
Impédance en série et en parallèle



Impédance en série et en parallèle

$$Z_{eq-serie} = Z_R + Z_C = R + \frac{1}{Cj\omega} = \frac{RCj\omega + 1}{Cj\omega}$$

$$\frac{1}{Z_{eq-parallele}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{1/Cj\omega} \implies Z_{eq-parallele} = \frac{R}{RCj\omega + 1}$$

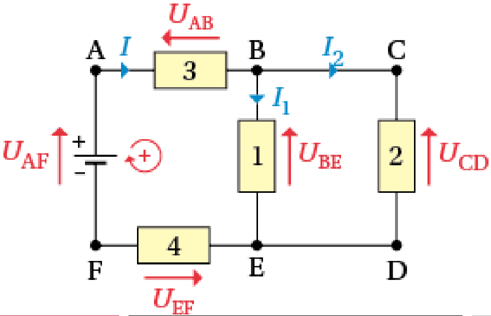


Kirchhof

Les deux lois de Kirchhof :

Loi des noeuds : La somme des courants qui entrent par un nœud est égale à la somme des courants qui en sortent.

Loi des mailles : Dans une maille ou boucle fermée, la somme algébrique des différences de potentiel est nulle.

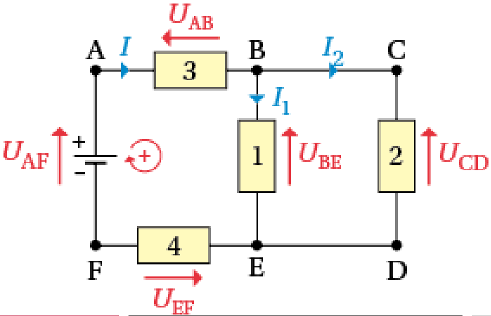


Kirchhof

Les deux lois de Kirchhof :

Loi des noeuds : La somme des courants qui entrent par un nœud est égale à la somme des courants qui en sortent.

Loi des mailles : Dans une maille ou boucle fermée, la somme algébrique des différences de potentiel est nulle.



$$U_{EF} + U_{BE} + U_{AB} = U_{AF}$$

$$U_{BE} = U_{CD}$$

$$I = I_1 + I_2$$

Simuler avec Every Circuit

- Comparer l'impact de la fréquence/pulsation sur les impédances des R, L et C
- Construire un diviseur résistif avec 2 résistances de 1 kΩ
- Construire un montage avec 2 résistances de 1 kΩ en parallèle

Décibels

- Le décibel est une unité sans dimension utilisé pour exprimer des grandeurs avec des dynamiques très élevées.
- La puissance en dB d'une puissance linéaire P par rapport à une puissance de référence P_R est donnée par :

$$\left(\frac{P}{P_R}\right)_{dB} = 10\log\left(\frac{P}{P_R}\right)$$

  Si on souhaite exprimer une puissance dans le système des dB, il faut la référencer à une puissance de référence connue par exemple. Il est par exemple assez courant de référencer les puissances à $P_R = 1$ W l'unité dans ce cas est les dBW

- Afin de garantir une conversion cohérente entre tension et puissance et comme la puissance est proportionnelle à une tension au carré , la conversion des fonctions en tension ou en courant se fait en appliquant $20\log$.

Take home message

- Le décibel est une unité sans dimension utilisée pour exprimer des grandeurs avec de grande dynamique tels que les gains, atténuations ou rapports signal à bruit.

- Si les données étudiées sont des rapports de puissance par exemple un rapport signal à bruit $SNR = \frac{\text{puissance du signal}}{\text{puissance du bruit}}$, la conversion se fait comme suit : $SNR_{dB} = 10\log(SNR)$

- Si les données étudiées sont des rapports de tension ou d'intensité par exemple une fonction de transfert $H(j\omega) = \frac{Vs(j\omega)}{Ve(j\omega)}$, la conversion se fait comme suit : $H(\omega)_{dB} = 20\log(\mid H(\omega) \mid)$

Outline

Fonction de transfert

Le module d'une fonction de transfert est donné par :

$$\mid H(\omega) \mid = \sqrt{Reel(H(\omega))^2 + Imag(H(\omega))^2}$$

Dans le cas où $H(\omega)$ est un rapport de deux fonctions :

$$\mid H(\omega) \mid = \frac{\mid \text{Numérateur-}H(\omega) \mid}{\mid \text{Dénominateur-}H(\omega) \mid}$$

La phase d'une fonction de transfert est donnée par :

$$\phi(H(\omega)) = arctan\left(\frac{Imag(H(\omega)}{Reel(H(\omega))}\right)$$

où *arctan* est la fonction réciproque de la fonction tangente.

$$\phi(H(j\omega)) = \phi(\text{Numérateur-}H(j\omega)) - \phi(\text{Dénominateur-}H(j\omega))$$

Il est important de se rappeler que :

$$H(j\omega) = \overbrace{\mid H(\omega) \mid}^{\text{Module}} e^{j\overbrace{\phi(\omega)}^{\text{Phase}}}$$

Les pôles

Les pôles d'une fonction de transfert sont les racines du dénominateur de la fonction de transfert. Par ex. pour :

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 - \frac{\omega}{\omega_c}}$$

Pour $\omega = \omega_c$, le gain est infini. En pratique, on est bien plus souvent confronté à des fonctions comme la suivante :

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}}$$

Pole pour $\omega = j\omega_c$. Bien évidemment, ω ne peut pas être imaginaire ! !

$$\mid H(\omega_c) \mid = \frac{1}{\sqrt{1 + (\frac{\omega_c}{\omega_c})^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Longrightarrow H(\omega_c)_{dB} = 20\log(\frac{1}{\sqrt{2}}) = -3dB$$

Ainsi pour pour une racine $j\omega_c$, le gain n'est pas infini mais égal à $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ou -3 dB. La pulsation ω_c est appelée la pulsation de coupure.

$$\phi(H(\omega_c)) = \phi(\text{Numérateur}) - \phi(\text{Dénominateur}) = 0 - arctan(\frac{\omega_c}{\omega_c}) = -\frac{\pi}{4}$$

Les zéros

Les zéros d'une fonction de transfert sont les racines du numérateur de la fonction de transfert.

Pour la fonction de transfert

$$H(j\omega) = 1 + j\frac{\omega}{\omega_c}$$

$$H(\omega_c)_{dB} = +3dB \qquad ; \qquad \phi(H(\omega_c)) = +\frac{\pi}{4}$$

Sachez qu'on peut pas avoir en pratique une fonction avec que des zéros sans pôles ! !

Outline

Diagramme de Bode : fonction de base

Le diagramme de Bode est une représentation asymptotique de la réponse fréquentielle d'un système. Il permet de visualiser rapidement les tendances du module et de la phase.

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}}$$

Son module et phase sont donnés par :

$$\mid H(\omega) \mid = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}} \Longrightarrow H(\omega)_{dB} = -10 \log \left(1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2\right)$$

$$\phi(H(j\omega)) = \phi(\text{Num-}H(j\omega)) - \phi(\text{Dén-}H(j\omega)) = -arctan\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)$$

Analysons le comportement pour $\omega << \omega_c$ et $\omega >> \omega_c$

Diagramme de Bode : fonction de base

- Pour $\omega << \omega_c$, le module tend vers 1 donc 0 dB.
- pour $\omega >> \omega_c$

$$H(\omega)_{dB} \simeq -20\log\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right) = -20\log(\omega) + 20\log(\omega_c)$$

- Donc asymptotiquement, le module est égal à 0 dB pour $\omega < \omega_c$ et à la droite $-20\log(\omega) + 20\log(\omega_c)$ pour $\omega > \omega_c$.
- Pour la phase pour $\omega << \omega_c$ et $\omega >> \omega_c$, on obtient respectivement 0 et $-\frac{\pi}{2}$.

Pente de +1, de 20 dB/dec ou 6 dB/oct

Pour exprimer la pente de cette droite, prenons ω'=$10\omega >> \omega_c$.

$$H(\omega')_{dB} \simeq H(\omega)_{dB} - 20\log(10) = H(\omega)_{dB} - 20$$

Ainsi la décroissance est de 20 dB quand ω est multipliée par 10. On parle donc d'une pente à -20 dB/decade.

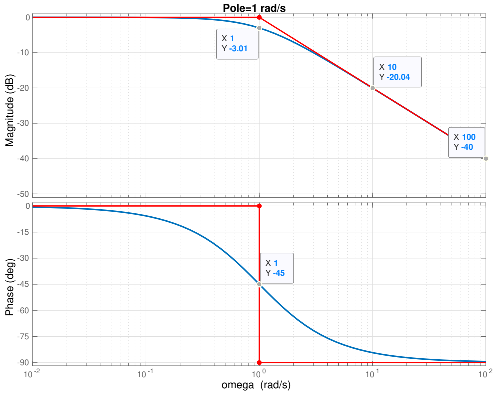
Pour ω''= $2\omega >> \omega_c$.

$$H(\omega'')_{dB} \simeq H(\omega)_{dB} - 20\log(2) = H(\omega)_{dB} - 6$$

On parle ainsi d'une pente à -6 dB/octave.

Pour les systèmes polynomiaux classiques, toutes les pentes sont des multiples de ± 20 dB/decade ou 6 dB/octave. Pour simplifier les notations, on désigne ces pentes par $\pm$ 1.

Diagramme de Bode : fonction de base - tracé



La pente est comme prédite de 20 dB/decade. A ω_c, le module est de -3 dB et la phase de $-\frac{\pi}{4}$

Diagramme de Bode : fonction de 2ème ordre

$$H(j\omega) = \frac{1 + j\frac{\omega}{\omega_z}}{\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p1}}\right)\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p2}}\right)} = \underbrace{\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_z}\right)}_{H_A(j\omega)} \underbrace{\frac{1}{\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p1}}\right)}}_{H_B(j\omega)} \underbrace{\frac{1}{\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p2}}\right)}}_{H_C(j\omega)}$$

Le module de $H(j\omega)$ peut donc être exprimé comme suit :

$$\mid H(\omega) \mid = \mid H_A(\omega) \mid \cdot \mid H_B(\omega) \mid \cdot \mid H_C(\omega) \mid$$

$$\Longrightarrow H(\omega)_{dB} = 20 \log(\mid H(\omega) \mid) = H_A(\omega)_{dB} + H_B(\omega)_{dB} + H_C(\omega)_{dB}$$

En conséquence, le diagramme de Bode de $H(j\omega)$ est la somme des 3 diagrammes de Bode des 3 sous fonctions. Meme chose pour la phase :

$$\phi H(\omega) = \phi H_A(\omega) + \phi H_B(\omega) + \phi H_C(\omega)$$

Diag. de Bode - construction

$$\omega_z = 0.2,\ \omega_{p1} = 1 \text{ et } \omega_{p2} = 20 \text{ rad/s}$$

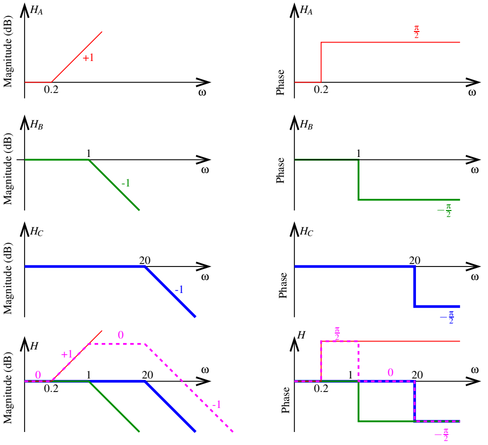


Diagramme de Bode : fonction de 2ème ordre - tracé

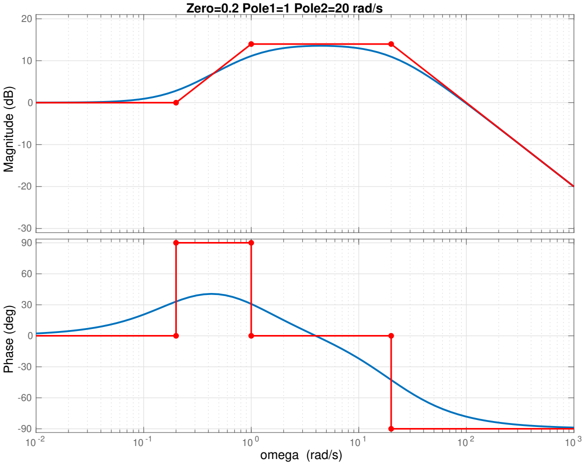


Diagramme de Bode : fonction de 2ème ordre - tracé

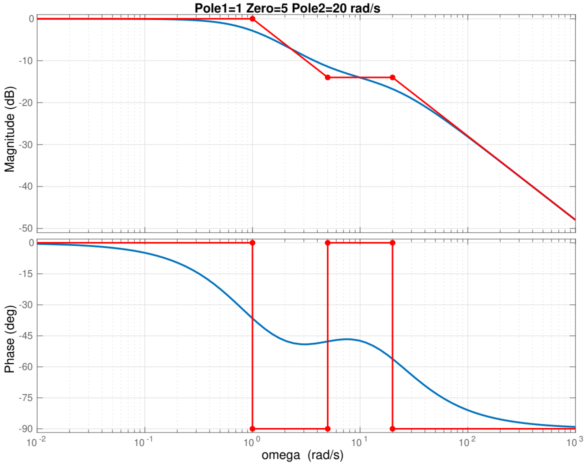


Diagramme de Bode : fonction de 2ème ordre - tracé

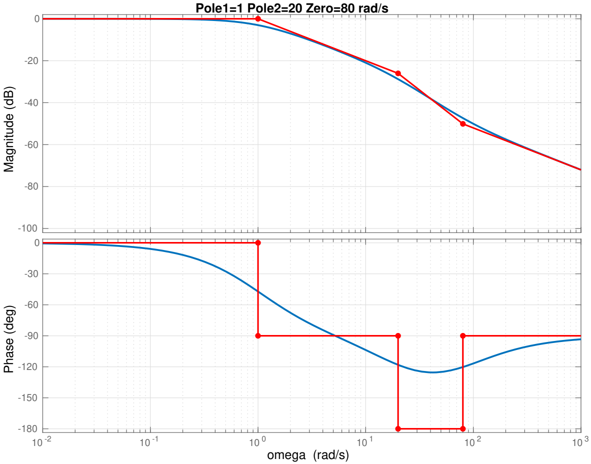


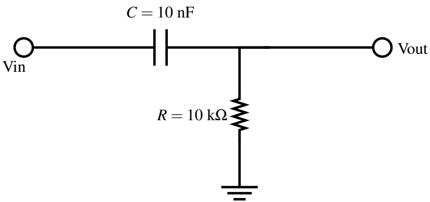
Diagramme de bode : méthode générale pour le module

- Le module :
  - On commence par placer les pulsations des poles et des zéros sur l'axe des abscisses
  - La valeur à $\omega \rightarrow 0$ est égale à $20\log(H_0)$ où H_0 est le gain pour $\omega = 0$.
  - La pente est nulle sauf si on a un zéro à $\omega = 0$. Dans ce cas, on commence par une pente +1 ou +20 dB/decade. Dans le cas d'un zéro double, la pente est +2 ...
  - On maintient la fonction initiale jusqu'à la première pulsation caractéristique, si cette pulsation correspond à un pole, on retranche 1 de notre pente.
  - Si le pole ou le zéro est double, on retranche/ajoute +2 ...
  - On continue à accumuler les ± 1 jusqu'à la dernière pulsation caractéristique.

Diagramme de bode : méthode générale pour la phase

- La phase :
  - On commence par placer les pulsations des pôles et des zéros sur l'axe des abscisses
  - La valeur à $\omega \rightarrow 0$ est égale à la phase pour $\omega = 0$.
  - On maintient la valeur initiale jusqu'à la première pulsation caractéristique, si cette pulsation correspond à un pôle, on retranche $\frac{\pi}{2}$ de notre valeur.
  - Si le pôle ou le zéro est double, on retranche/ajoute π ...
  - On continue à accumuler les $\pm\frac{\pi}{2}$ jusqu'à la dernière pulsation caractéristique.

Exercice :



1. Calculer la fonction de transfert du montage
2. Déterminer l'expression module et la phase
3. Tracer le diagramme de Bode
4. Quelle est la fonction réalisée ?
5. Analyser avec Every Circuit

Outline

Définition

Notation Française	Notation Anglaise	Notation Instruments	Définition
Moyenne	Average	Offset	Moyenne du signal
Crête	Peak	V_p	Différence entre la moy. et le max.
Crête à crête	Peak to Peak	V_{pp}	Différence entre le max le min.
Valeur Efficace	Root Mean Square (RMS)	V_{RMS}	Moyenne quadratiqu e

Calculons ces valeurs pour

$$x(t) = A\cos(\omega t) = A\cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$$

Sinusoide

La tension moyenne du signal dite *offset* en anglais est tout simplement :

$$offset = \int_0^T A\cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right)dt = \frac{AT}{2\pi}\left[\sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)\right]_0^T = 0$$

La tension crête dite *peak* en anglais est donnée par :

$$V_p = max(x(t)) - offset = A$$

La tension crête à crête dite *peak to peak* en anglais est donnée par :

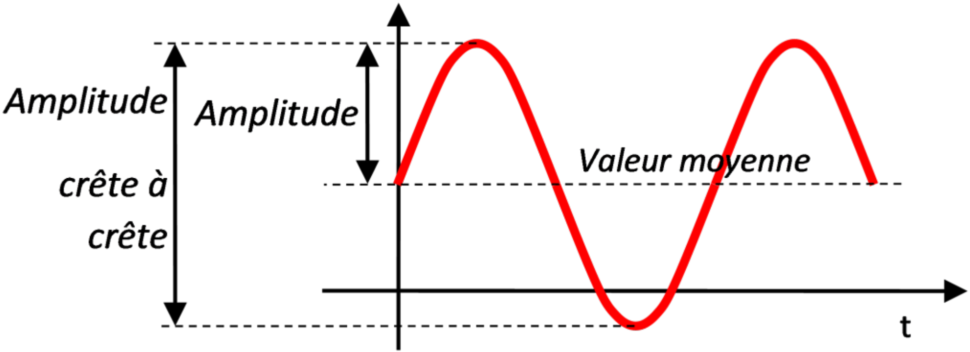
$$V_{pp} = max(x(t)) - min(x(t)) = 2A$$

La tension efficace dite *RMS* en anglais est définie par :

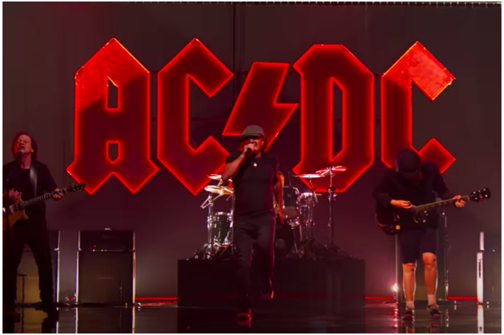
$$V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T x^2(t)dt} = \sqrt{\frac{A^2}{T}\int_0^T \cos^2(\omega t)dt} = \sqrt{\frac{A^2}{T}\int_0^T \frac{1+\cos(2\omega t)}{2}dt}$$

$$V_{RMS} = \sqrt{\frac{A^2}{2T}\left[\underbrace{\int_0^T 1\cdot dt}_{T} + \underbrace{\int_0^T \cos(2\omega t)\cdot dt}_{0}\right]} = \sqrt{\frac{A^2}{2}} = \frac{A}{\sqrt{2}}$$

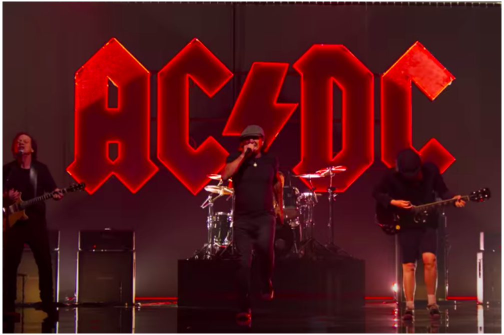
Caractéristique en amplitude d’un signal sinusoidal



AC/DC



AC/DC



- C'est les initiales de *Alternating Current* ou courant alternatif et *Direct Current* ou courant direct.
- Quand on mesure une valeur en AC, on mesure la variation du signal, tension RMS
- La mesure DC correspond à la mesure de la tension moyenne du signal.

Outline

Les instruments de mesure

- Générateur de fonctions ou générateur basse fréquence (GBF)
- Alimentation stabilisée
- Multimètre
- Oscilloscope

Alimentation stabilisée

- Génère des tensions DC constantes
- Dispose souvent de souvent de plusieurs sorties permettant de générer des tensions indépendantes ou dépendantes

Générateur de fonctions

- Génère des signaux AC, par exemple sinusoïdaux, carré, triangulaire, ...
- La fréquence, amplitude, offset sont réglables
- Génère aussi des signaux modulés (AM, FM)

Oscilloscope

- Permet de visualiser les signaux sur 2 voies en temporel
- Permet de réaliser une multitude de mesures : fréquence, tension, offset ...
- La synchronisation se fait grace à un trigger

Multimètre

Permet de réaliser une multitude de mesures :

- Voltmètre : mesure de tension
- Amperemètre : mesure de courant
- Ohmètre : mesure de résistance
- . . .

- Le branchement dépend de la mesure
- Le multimètre est plus précis qu'un oscilloscope

Les cordons

- Fiche banane
- Transporte un signal
- rouge pour l'alim
  noir pour la masse

- Bayonet Neill–Concelman connector ou BNC
- Un signal (central) et un masse (ext.)
- Se verrouille

Merci pour votre attention

Questions ?