Examen ELEC101 2020
Durée 1h30
Documents et calculatrices autorisés

Exercice 1 : Conversion analogique-numérique

A l'entrée d'un convertisseur analogique numérique (CAN) d'un récepteur radio les niveaux limites du signal sont les suivants :
Puissance maximale du signal : $-25dBm$
Puissance minimale du signal : $-90dBm$
Rappel : La puissance en dBm vaut $10log\left(\frac{Puissance}{1mW}\right)$. Donc la puissance du signal est de 0 dBm si le signal a une puissance de 1 mW.

On considère que l'unique source de bruit est le bruit de quantification du CAN. La Pleine Echelle ($PE = V_{ref}$) du CAN est fixée en fonction de la puissance maximale du signal. Le rapport signal à bruit pour cette entrée est noté SNR_{max}. La puissance minimale du signal correspond à une amplitude réduite à l'entrée du convertisseur aboutissant à un SNR_{min} en sortie du convertisseur. On voudrait garantir pour ce signal d'entrée un $SNR_{min} > 5dB$.

Question 1.1 A partir des notions vues en cours, rappeler la relation donnant le rapport signal sur bruit de quantification (en dB) maximum d'un CAN en fonction de sa résolution n. On suppose que le CAN est de type Nyquist (pas d'effet de sur-échantillonnage)

La dynamique en dB en entrée d'un CAN est la différence entre la puissance maximale et la puissance minimale en entrée de ce convertisseur.

Question 1.2 Calculer en dB la dynamique du signal à l'entrée du CAN

Question 1.3 Calculer le rapport signal sur bruit de quantification SNR_{max} requis pour le CAN en dB.

Question 1.4 En déduire le nombre de bit n minimal du CAN si on utilise un convertisseur de type Nyquist.

Question 1.5 Sachant que la bande du signal d'entrée est $BW = 100MHz$, proposer une architecture pour l'implémentation de ce convertisseur.

Exercice 2 : Biquad à capacités commutées

On considère le circuit à capacités commutées de la Figure 1. La sortie est échantillonnée à la phase ϕ_2. L'amplificateur opérationnel, les commutateurs et les condensateurs sont parfaits (les transferts de charges sont instantanés). L'entrée V_i est bloquée sur la phase 2 (ϕ_2). Ceci se traduit par :
$V_i^{\phi_1}\left(\left(n-\frac{1}{2}\right)T_e\right) = V_i^{\phi_2}((n-1)T_e)$.

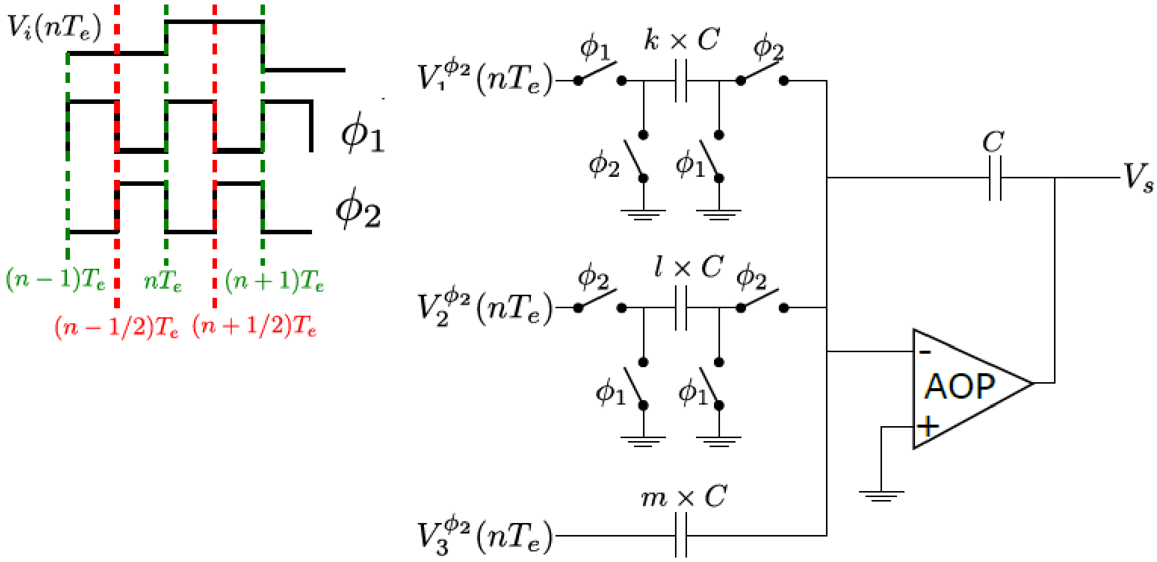


FIGURE 1 – Circuit à capacités commutées

Question 2.1 Déterminer la relation qui relie $V_s^{\phi_2}(z)$ en fonction de $V_1^{\phi_2}(z)$, $V_2^{\phi_2}(z)$ et $V_3^{\phi_2}(z)$.
Question 2.2 Montrer que ces opérations peuvent être représentées par le bloc fonctionnel représenté en Figure 2.

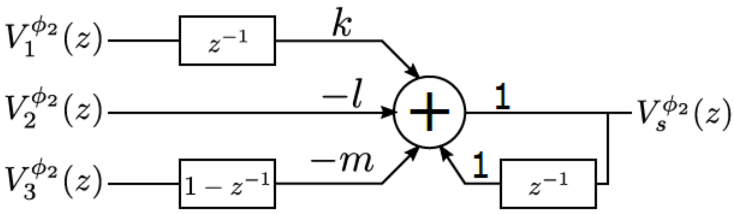


FIGURE 2 – Bloc fonctionnel

Exercice 3 : Amplificateur opérationnel à 2 étages

On souhaite piloter (driver) un convertisseur analogique numérique de tension de référence 1V et une impédance d'entrée composée d'une capacité de 1 pF avec un amplificateur illustré dans la Figure 3 gauche) avec une fréquence de coupure à f_{c3db} de 100MHz et un gain 30 dB avec une marge de phase de 90°. Cet exercice est consacré à l'étude de l'amplificateur opérationnel (AOP).

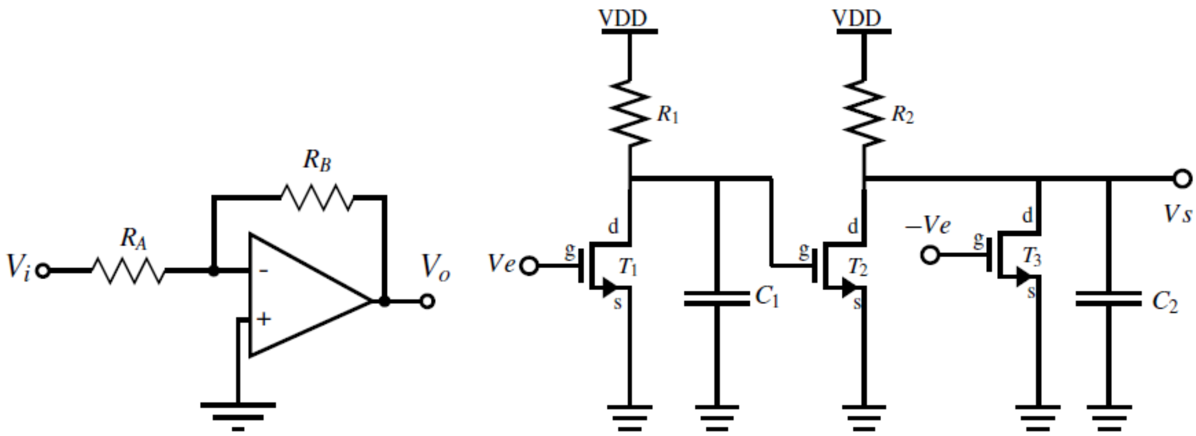


FIGURE 3 – Gauche) Montage amplificateur Droite)Schéma simplifié de l'AOP

Question 3.1 Dans un premier temps, nous considérerons que l'AOP est idéal. Calculer la fonction de transfert du montage $T(p) = \frac{V_o}{V_i}$.
Pour réaliser cet AOP, on utilise l'amplificateur représenté dans la Figure 3 droite.

Question 3.2 Tracer le schéma petit signal de l'AOP. Pour rappel, le modèle petit signal des transistors T_i est une source de courant contrôlée par la tension V_{gs} avec une transconductance qu'on notera g_{mi}.

Question 3.3 Démontrer que sa fonction de transfert est donnée par :

$$H(p) = \frac{V_s(p)}{V_e(p)} = \frac{H_{DC}\left(\frac{p}{\omega_z} + 1\right)}{\left(\frac{p}{\omega_{p1}} + 1\right)\left(\frac{p}{\omega_{p2}} + 1\right)}$$

Question 3.4 Comme on peut le constater, la fonction de transfert possède deux pôles ω_{p1} et ω_{p2} et un zéro ω_z . On supposera que $\omega_{p1} \ll \omega_{p2}$. Selon vous, à quelle fréquence faut-il placer le zéro ω_z afin de maximiser la marge de phase du système tout en évitant de changer sensiblement le produit gain bande de l'AOP. Justifier votre réponse.

Exercice 4 - Conception d'un filtre de voie d'un récepteur de radio

On s'intéresse à un système de transmission (émission/réception) de signaux multiplexés en fréquence. L'objectif de l'exercice est d'exécuter la synthèse d'un filtre destiné à la sélection d'un canal (ou voie) parmi K, centré sur la fréquence $f_k, k = 1, \dots, K$. On s'intéresse dans un 1[er] temps au spectre des signaux émis, puis à la synthèse d'un filtre de réception de voie.
On note s_{bb} le signal utile en bande de base, dont le spectre S_{bb} est à support borné (de largeur B). Le module du "demi spectre" de s_{bb} est symboliquement représenté dans la Figure 4 gauche. A l'émission, K signaux $\{s_{bb,k}\}, k = 1, \dots, K$ sont transposés en fréquence (c'est-à-dire translatés) autour des fréquence $f_k, k = 1, \dots, K$ grâce à un composant réalisant l'opération :

$$s_k(t) = s_{bb,k}(t).cos(\omega_k t)$$

où $\omega_k = 2\pi f_k$ et $f_k = f_1 + (k-1)\Delta f$, et que $\Delta f > 2B$. On supposera en outre que $f_1 \gg \Delta f$.

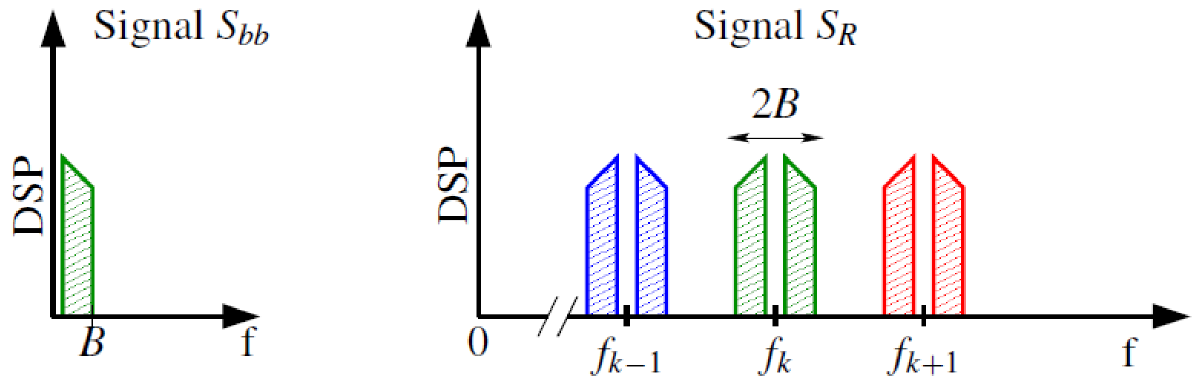


FIGURE 4 – gauche)Spectre du signal S_{bb} droite) Spectre du signal S_R

Le signal au niveau de l'émetteur est reconstruit, multiplexé et émis. Au niveau du récepteur, on reçoit le signal s_r dont le spectre S_r est présenté dans la Figure 4 droite. On souhaite sélectionner le canal de rang k au moyen d'un filtre qui permettra de sélectionner l'intégralité de la bande allant de $f_k - B$ à $f_k + B$.

Question 4.1 Quel type de filtre doit-on utiliser ? On pourra supposer que seuls les canaux immédiatement adjacents sont susceptibles de perturber la réception : justifier brièvement cette hypothèse.

Les contraintes système imposent les spécifications du filtre suivantes : l'atténuation dans la bande ne devra pas excéder $A_{max}\,3dB$ et les "signaux indésirables" devront être atténués d'au moins $A_{min} = 50dB$ sur toute leur bande passante. On donne par ailleurs : $B = 70kHz$, $f_k = 100MHz$ et $\Delta f = 400kHz$.

Question 4.2 Etablir (et tracer) le gabarit en atténuation du filtre à symétrie géométrique, à synthétiser à partir du cahier des charges fourni.

Question 4.3 En déduire par transformation de fréquence le gabarit du filtre passe-bas prototype (PLp) correspondant. Donner notamment sa sélectivité Ω_s en fonction de Δf et B.

Question 4.4 Exprimer l'ordre minimal n du filtre requis pour l'approximation de Tchebycheff, en fonction de A_{min}, A_{max} et Ω_s.
Les polynômes de Tchebycheff s'expriment par : $T_n(x) = ch\big(n\,argch(x)\big)$, où ch et $argch$ représentent respectivement le cosinus hyperbolique et l'argument du sinus hyperbolique (sa réciproque)
Calculer n numériquement.

Correction

EXO 1

Q1.1) $SNR = 1.76 + 6.02n + 20log(\frac{Amp}{PE})$

Q1.2) $D_{dB} = P_{max} - P_{min} = -25 - (-90) = 65\ dB$
Q1.3) Tout est exprimé en décibel

$$SNR_{min} = P_{min} - P_{bruit} => P_{bruit} = P_{min} - SNR_{min}$$
$$SNR_{max} = P_{max} - P_{bruit} = P_{max} - P_{min} + SNR_{min} = 65 + 5 = 70\ dB$$

Q1.4) $n \geq \frac{SNR_{max} - 1.76}{6.02} = 11.3$ on prend $n = 12$

Q1.5) Vu la fréquence d'échantillonnage et le nombre de bit il est préférable de prendre une architecture pipeline.

EXO 2

Q1.1) On prend les armatures de gauche comme positive
Ampli idéal donc $v^+ = v^- = 0$
Bilan des charges

En phase ϕ_1 donc pour $t = \left(n - \frac{1}{2}\right) T_e$

$Q_k^{\phi_1}\big((n - 0.5)T_e\big) = kCV_1^{\phi_1}\big((n - 0.5)T_e\big);$

$Q_l^{\phi_1}\big((n - 0.5)T_e\big) = 0;$

$Q_m^{\phi_1}\big((n - 0.5)T_e\big) = mCV_3^{\phi_1}\big((n - 0.5)T_e\big);$

$Q_C^{\phi_1}\big((n - 0.5)T_e\big) = -CV_S^{\phi_1}\big((n - 0.5)T_e\big)$

En phase ϕ_2 donc pour $t = nT_e$

$Q_k^{\phi_2}(nT_e) = 0;$

$Q_l^{\phi_2}(nT_e) = lCV_2^{\phi_2}(nT_e);$

$Q_m^{\phi_2}(nT_e) = mCV_3^{\phi_2}(nT_e);$

$Q_C^{\phi_2}(nT_e) = -CV_S^{\phi_2}(nT_e)$

Conservation de la charge :
En phase ϕ_1, mC et C sont isolées :

$-Q_m^{\phi_1}\big((n - 0.5)T_e\big) + Q_C^{\phi_1}\big((n - 0.5)T_e\big) = -Q_m^{\phi_2}\big((n - 1)T_e\big) + Q_C^{\phi_2}\big((n - 1)T_e\big)$

En remplaçant :

$$mCV_3^{\phi_1}\big((n-0.5)T_e\big)+CV_S^{\phi_1}\big((n-0.5)T_e\big)=mCV_3^{\phi_2}\big((n-1)T_e\big)+CV_S^{\phi_2}\big((n-1)T_e\big)$$

donc : $V_S^{\phi_1}\big((n-0.5)T_e\big)=V_S^{\phi_2}\big((n-1)T_e\big)$ car $V_3^{\phi_1}\big((n-0.5)T_e\big)=V_3^{\phi_2}\big((n-1)T_e\big)$

En phase ϕ_2, kC, lC, mC et C sont isolées :

$$-Q_k^{\phi_2}(nT_e)-Q_l^{\phi_2}(nT_e)-Q_m^{\phi_2}(nT_e)+Q_C^{\phi_2}(nT_e)$$
$$=-Q_k^{\phi_1}\big((n-0.5)T_e\big)-Q_l^{\phi_1}\big((n-0.5)T_e\big)-Q_m^{\phi_1}\big((n-0.5)T_e\big)+Q_{kC}^{\phi_1}\big((n-0.5)T_e\big)$$

En remplaçant puis par TZ on trouve
$V_S(1-z^{-1})=kz^{-1}V_1-lV_2-m(1-z^{-1})V_3$

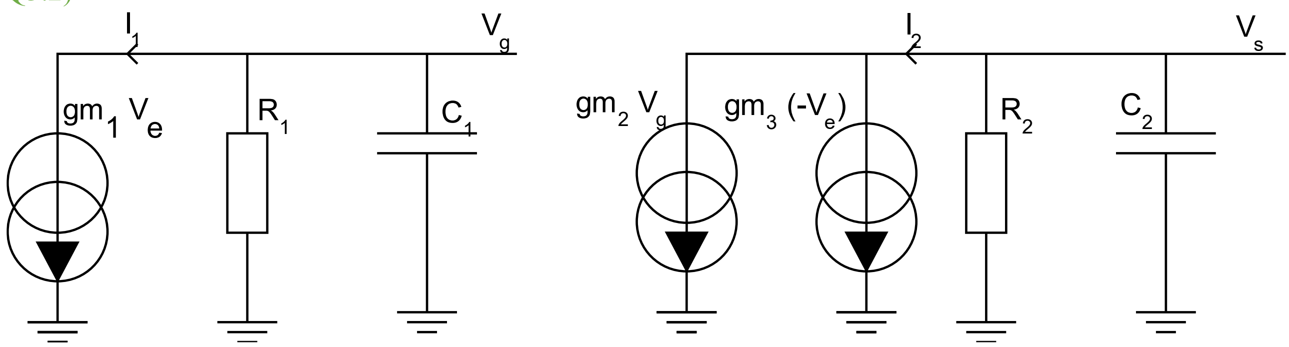
Q2.2) Par lecture du schéma on a :
$V_s=kz^{-1}V_1-lV_2-m(1-z^{-1})V_3+z^{-1}V_s$ Cela correspond bien à l'équation juste au-dessus.

EXO 3

Q3.1) Ampli idéal donc $v^+=v^-=0$ et $i^+=i^-=0$

Pont diviseur en v^- : $v^--V_o=\frac{R_b}{R_a+R_b}(V_i-V_o)$ donc $T(p)=-\frac{R_b}{R_a}$

Q3.2)



Q3.3) On pose $Z_1=R_1\backslash\backslash C_1=\frac{R_1}{1+R_1C_1p}$ et $Z_2=R_2\backslash\backslash C_2=\frac{R_2}{1+R_2C_2p}$

$V_g=-I_1Z_1=-Z_1gm_1V_e$ et $V_s=-Z_2I_2=Z_2gm_3V_e-Z_2gm_2V_g=Z_2gm_3V_e+Z_1Z_2gm_1gm_2V_e$

Donc $H(p)=\frac{H_{DC}\left(\frac{p}{\omega_z}+1\right)}{\left(\frac{p}{\omega_{p1}}+1\right)\left(\frac{p}{\omega_{p2}}+1\right)}$ avec $\omega_{p1}=\frac{1}{R_1C_1},\omega_{p2}=\frac{1}{R_2C_2}$; $H_{DC}=R_2gm_3+R_1R_2gm_1gm_2$;

$\omega_z=\frac{H_{DC}}{R_1R_2C_1gm_3}$

Q3.4) Il faut prendre ω_z proche de ω_{p2} pour compenser le deuxième pôle et rester sur un système du premier ordre.

EXO 4

Q4.1) Il faut un passe bande

Q4.2) $A_{min}=50dB$; $A_{max}=3dB$;

$$f_1=f_k-\Delta f+B=99.67\ MHz; f_2=f_k-B=99.93\ MHz;$$
$$f_3=f_k+B=100.03\ MHz; f_4=f_k+\Delta f-B=100.33\ MHz$$

On vérifie aussi que $f_1 f_4 = f_3 f_2$

Q4.3) $\Omega_s = \frac{f_4 - f_1}{f_3 - f_2} = \frac{\Delta f - B}{B} = 4.143$

Q4.4) Il faut $\Psi_n(\Omega_s) \geq D = \sqrt{\frac{(10^{\frac{A_{min}}{10}} - 1)}{(10^{\frac{A_{max}}{10}} - 1)}} = 316.98$

$n \geq \frac{argch(D)}{argch(\Omega_s)} = 2.89$ donc on prend $n = 3$