Contrôle continu - ELEC101 - CC 1ère année 2017-2018

Contrôle N° 2 – Groupes 1-2-3-4-5-6

Durée 1h15 heure - Documents et Calculatrice autorisés

Groupe :	
Nom :	Date : 14/06/2018
Prénom :	Heure : 10h15

N'oubliez pas de compléter le cadre ci-dessus et de joindre ce sujet à votre copie.

Exercice 1 - Conversion analogique-numérique

1.1 Plage de mesure

Un convertisseur analogique numérique (CAN) de n bits a une plage de mesure, aussi appelée pleine échelle, notée V_{ref}.

Question 1.1 Quel est le rapport signal sur bruit de quantification lorsqu'à son entrée est appliqué un signal sinusoïdal d'amplitude crête à crête égale à $k \cdot V_{\text{ref}}$ avec $k \leq 1$? (Donnez le résultat en linéaire)

Réponse 1.1 Puissance du signal : $S = (k \cdot V_{\text{ref}})^2/8$ (Signal d'amplitude crête à crête $k \cdot V_{\text{ref}}$)
Bruit de quantification : $B = q^2/12 = (V_{\text{ref}}/2^n)^2/12$
$RSB = k^2 \frac{3}{2} 2^{2n}$

Question 1.2 Application numérique en dB : $V_{\text{ref}} = 10\,\text{V}$, $n = 16$, $k = 0.5$

Réponse 1.2 $RSB = 92\,\text{dB}$

Question 1.3 Que se passe-t-il si $k > 1$? Expliquez brièvement, en autre, ce qu'il se passe du point de vue du spectre et la conséquence sur le rapport signal sur bruit.

Réponse 1.3 On sort du domaine de linéarité du convertisseur. Des harmoniques du signal apparaissent en sortie et le RSB s'en trouve détérioré.

1.2 Échantillonnage et filtre anti-repliement

On désire numériser un signal audio fréquence.

Question 1.4 Rappeler quelle est la valeur habituellement utilisée comme bande passante f_{max} d'un signal audio.

Réponse 1.4 $f_{max} = 20\,\text{kHz}$

Question 1.5 Expliquez grâce à la théorie de l'échantillonnage et au moins un schéma du spectre, la contrainte qui existe pour échantillonner sans perte ce signal audio.

Réponse 1.5 L'échantillonnage temporel correspond à une multiplication par un peigne de Dirac dans le temps (Ts). Dans le domaine spectral, cette multiplication se transcrit en une convolution avec un peigne de Dirac en fréquence (Fs=1/Ts). Cela signifie que le spectre du signal initial est reproduit à tous les multiple de Fs. Un premier schéma doit illustrer le cas où Fs≫2fmax ; des flèches peuvent illustrer la diminution de Fs pour arriver à un deuxième schéma illustrant la limite du repliement spectral ou bien le repliement causant la perte d'information.

On utilise un CAN de 16 bits avec une fréquence d'échantillonnage $F_e = 44,1\,\text{kHz}$.

Question 1.6 Représenter le spectre du signal numérisé (i.e. à la sortie du CAN) avec comme entrée un signal sinusoïdal de fréquence f_{max}. (Faites apparaître tous les éléments essentiels)

Réponse 1.6 Plage de fréquence : $-F_e/2; +F_e/2$; un dirac à $f_{max} = 20\,\text{kHz}$; plancher de bruit ; idéalement le RSB représenté.

On souhaite numériser le signal en sortie d'un microphone qu'on suppose idéal (bruit intrinsèque nul, dynamique et bande passante infinie) pour des applications très variées commme enregistrer des concerts de musique, le bruit des vagues ou bien des vidéos de tutoriel de bricolage à la perceuse électrique.

Question 1.7 Selon vous est-il nécessaire d'utiliser un filtre anti-repliement ? (Justifier brièvement en quelques lignes votre affirmation en vous basant sur des éléments de l'énoncé)

Réponse 1.7 Oui il est nécessaire d'utiliser un filtre anti-repliement. Un signal de bruit de vagues ou le bruit généré par une perceuse électrique sont des signaux très riches en fréquence et comportent possiblement des composantes inaudibles comme des ultrasons. Il faut éliminer ces composantes, même si elles sont inaudibles car elles peuvent devenir audibles à cause du repliement spectral.

On suppose qu'un signal perturbateur existe ; il a une puissance égale à la sinusoïde d'entrée et cette puissance est répartie sur la bande de fréquence $[F_e - f_{max}; F_e]$. On envisage différents cas de répartition de cette puissance dans le spectre :

— une distribution ponctuelle en fréquence (c'est à dire que le perturbateur est une sinusoïde)

— une distribution uniforme en fréquence (c'est à dire que le perturbateur ressemble à un bruit filtré)

— une distribution quelconque

Nous allons diminuer ce signal perturbateur grâce à un filtre analogique passe-bas de type Butterworth de telle manière que sa puissance soit inférieure de 5 dB à celle du bruit de quantification.

Question 1.8 Des trois distributions en fréquence envisagées, identifier quel est le pire cas pour ce filtre analogique en justifiant votre affirmation et représenter la situation par un schéma.

Réponse 1.8 Le pire cas de filtrage est la situation où les attenuations min et max sont les plus contraignantes avec une bande de transition la plus faible. Ainsi, le pire cas est la distribution ponctuelle, avec $f_{pert} = F_e - f_{max}$. C'est le cas où la fréquence du perturbateur est la plus proche de notre bande utile (ce qui induit une bande de transition faible pour le filtre) et où la puissance est la plus forte en ce point (ce qui requiert une très forte atténuation).

On fixe l'ondulation en bande-passante du filtre à 0.1 dB.

Question 1.9 Tracez le gabarit de ce filtre passe-bas.

Réponse 1.9 Amin = SNR + 5 = 6.02*16+1.76 + 5 = 103.1dB
Amax = 0.1dB
fpass= f_{max} = 20kHz
fstop= $F_e - f_{max}$ = 24.1kHz

Nous calculons l'ordre du filtre Butterworth nécessaire pour ce filtrage et nous trouvons qu'un filtre d'ordre 74 permet de mettre en oeuvre ce filtrage.

Question 1.10 Selon vous, ce filtre est-il facilement réalisable ? (Justifier brièvement votre affirmation.)

Réponse 1.10 Ce filtre analogique est difficilement réalisable. En effet, pour garantir la stabilité, il faudrait cascader 30 cellules d'ordre 2 et une cellule d'ordre 1 ; avec les imperfections de réalisation matérielles, la précision du filtre serait assez faible. Cette précision serait grandement améliorée par l'usage de capacom mais la surface de ce filtre serait malgré tout assez grande.

Pour finir, pour cette question et la suivante uniquement (Question 1.11 et 1.12), on suppose que le signal à la sortie du microphone est composé d'un signal uniformément distribué en fréquence entre 0 Hz et $f_{tot} = F_e$ et d'un signal sinusoïdal à 23 kHz. La puissance de cette sinusoïde est suffisante pour émerger significativement du plancher du signal. Sur ce signal complet, le signal utile est compris sur la plage de fréquence [0; 18] KHz. Le signal complet est traité par le filtre défini à la Question 1.9 puis par le CAN de la Question 1.6.

Question 1.11 Représenter avec des schémas rapides le spectre en entrée du filtre et à la sortie du CAN sur la plage de fréquence [0; 44.1] kHz.

Réponse 1.11 En entrée du filtre le spectre est plat de 16 à 28 et comporte un dirac en 23k
En sortie du filtre le spectre est plat de 16 à 20 ; puis diminue indéfiniment à partir de 20 ; le dirac est atténué
En sortie du CAN le spectre est plat de 16 à 20 ; puis diminue de 20 à 22.05 ; le dirac atténué se retrouve à $44.1 - 23 = 21.1$kHz

Question 1.12 Identifier la plage de fréquence particulière dont fait partie la sinusoïde à 23 kHz et discuter de l'impact des signaux dans cette bande de fréquence sur la chaîne d'acquisition globale.

Réponse 1.12 La bande de fréquence $[22.05; 26.1[$ kHz se replient sur les fréquences $]18; 22.05]$ kHz. Mais elles ne perturbent pas notre signal utile (qui s'arrête à $18\,\mathrm{kHz}$). En revanche, ces fréquences peuvent poser problème si elles sont trop fortes : saturation par augmentation de la puissance du signal (pas vu en cours), augmentation des contraintes sur le filtre numérique pour laisser seuleument le signal utile à 18kHz.

Exercice 2 - Exercice – Réception d'un signal multiplexé en fréquence – Filtrage

On considère une chaîne de réception d'un signal comprenant plusieurs canaux (multiplexage fréquentiel) constituée d'un filtre de présélection de canal, d'un étage de transposition de fréquence (translation du spectre) accordable, d'un étage de conversion analogique numérique (CAN) et d'une chaîne de traitement numérique.

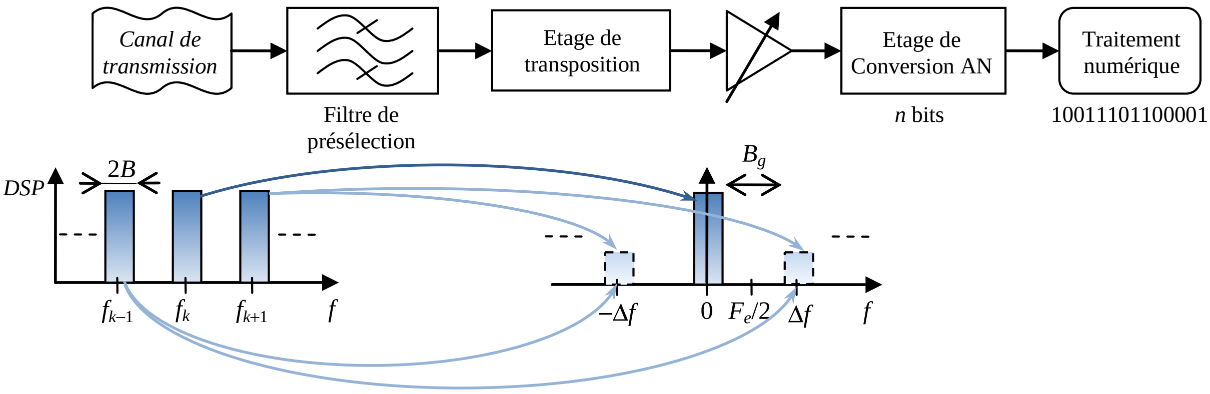

Figure 1 – Schéma de la chaîne de réception

Le signal d'entrée (reçu) est constitué de plusieurs canaux (contenant des informations indépendantes) centrés autour de fréquences porteuses respectives $f_k = f_0 + k\,\Delta f$ $(k \in [-k_{max}, k_{min}])$, de bande $2B$ et de densité spectrale de puissance (DSP) supposée constante sur leur bande, et séparés par une bande de garde B_g. Tous les canaux transportent donc la même puissance.

On s'intéresse à la réception d'un canal quelconque de rang k, directement translaté en bande de base (c'est-à-dire autour de la fréquence nulle) par l'étage de transposition en fréquence (récepteur *homodyne*) supposé idéal (n'introduisant notamment aucune atténuation sur les différents signaux après filtrage par le filtre de présélection). Pour simplifier, on pourra choisir le canal de rang $k = 0$ centré en f_0.

On suppose que tous les canaux sont à bande très étroite, c'est-à-dire que $\Delta f_0 \ll f_0$, de sorte que l'on pourra faire toutes les approximations nécessaires en conséquence.

On s'intéresse dans un premier temps au filtre passe-bande (PB) de présélection, symétrique, d'ordre n_p, d'atténuation maximale en bande passante $A_{p,max}$ et d'atténuation minimale en bande coupée $A_{p,min}$ et destiné à atténuer les signaux des autres canaux, notamment ceux des deux canaux adjacents.

Question 2.1 Etablir et représenter le gabarit en atténuation du filtre de présélection à symétrie géométrique.
A. N. : on donne $f_0 = 900\,\text{MHz}$, $B = 100\,\text{kHz}$, $B_g = 100\,\text{kHz}$, $A_{p,max} = 0.1\,\text{dB}$ et $A_{p,min} = 56.5\,\text{dB}$.

Réponse 2.1 $f_{p1} = 899.9\,\text{MHz}$, $f_{p2} = 900.1\,\text{MHz}$, $f_c = \sqrt{f_{p1}f_{p2}}$, $\frac{f_{p1}+f_{p2}}{2} = f_0 = 900\,\text{MHz}$ $f_{s1} = 899.8\,\text{MHz}$, $f_{s2} = 900.2\,\text{MHz}$.

Question 2.2 Le filtre de présélection est réalisé au moyen d'une approximation de Tchebycheff. Les polynômes de Tchebycheff s'expriment par :
$\forall x \geq 1, T_n(x) = \text{ch}(n\,\text{argch}(x))$, où ch représente le cosinus hyperbolique et $argch$ l'argument du cosinus hyperbolique[1], réciproque de la fonction ch. En déduire l'ordre minimal du filtre requis n_p, en fonction de Ω_s, et de $A_{p,max}$ et $A_{p,min}$ (exprimés en dB), puis numériquement.

Réponse 2.2

$$\Psi_{n_p}(\Omega_s) = T_{n_p}(\Omega_s) = \text{ch}(n_p\,\text{argch}(\Omega_s)) \geq \sqrt{\frac{10^{A_{p,min}/10}-1}{10^{A_{p,max}/10}-1}} \tag{1}$$

soit :

$$n_p \geq \frac{1}{\text{argch}(\Omega_s)}\,\text{argch}\left(\sqrt{\frac{10^{A_{p,min}/10}-1}{10^{A_{p,max}/10}-1}}\right) = 6.89 \rightarrow n_p = 7 \tag{2}$$

Après transposition, le signal en bande de base est numérisé par un CAN de n bits, à la fréquence d'échantillonnage $F_e = \Delta f = 300\,\text{kHz}$. On suppose qu'un amplificateur à gain commandé, placé entre l'étage de transposition et l'étage de conversion, permet de régler le niveau du signal afin qu'il corresponde à la pleine échelle du CAN. Le rapport signal à bruit de quantification SNR_{quant} en sortie du CAN est de 74 dB.

Question 2.3 On s'intéresse maintenant au filtre anti-repliement. On se limitera pour simplifier aux effets dus aux deux canaux adjacents (centrés en f_{-1} et en f_1). Calculer l'atténuation minimale requise $A_{a,min}$ pour que le rapport Signal à Bruit de quantification et interféreurs SNR_{tot} à la sortie du CAN soit égal à 71 dB. On note $A_{a,max}$ l'atténuation maximale de la bande passante. En déduire le gabarit du filtre anti-repliement requis. On donne $A_{a,max} = 0.1\,\text{dB}$.

Réponse 2.3 les spéc. imposent $A_{a,min} = SNR - A_{p,min} + 3 + 3 = 71 - 56.5 + 6 = 20.5\,\text{dB}$ ($3\,\text{dB}$ pour la marge + $3\,\text{dB}$ pour les 2 canaux adjacents) ; on sera indulgent si les élèves oublient les $3\,\text{dB}$ dus aux 2 canaux.

Question 2.4 Proposer deux approches qui permettraient de réduire l'ordre de ce filtre.

Réponse 2.4 1-Approximation 2-Augmenter Fe

1. $\text{argch}(x) = \ln\left(x + \sqrt{x^2-1}\right)$ pour $x \geq 1$